

Программа по математическому анализу (4 семестр)

I.

Программы коллоквиумов.

II.

1. Понятие несобственного интеграла. Теорема об аддитивности несобственного интеграла.

2. Теоремы Ньютона – Лейбница, о замене переменной, об интегрировании по частям для несобственных интегралов.

3. Критерии Коши сходимости и равномерной сходимости несобственных интегралов. Сходимость абсолютно сходящегося несобственного интеграла.

4. Признак сходимости для несобственных интегралов в неопределенной и предельной формах. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра.

5. Признаки Абеля и Дирихле сходимости и равномерной сходимости несобственных интегралов.

6. Связь сходимости несобственных интегралов со сходимостью соответствующих рядов. Случай неотрицательной подынтегральной функции.

7. Критерий равномерной сходимости (по Коши) функции двух переменных по одной из них через супремум. Эквивалентность определений по Коши и по Гейне равномерной сходимости функции двух переменных по одной из них.

8. Критерий Коши равномерной сходимости функции двух переменных по одной из них.

9. Теорема о равенстве повторных пределов для функции двух переменных.

10. Теорема о непрерывности равномерного предела функции двух переменных по одной из них.

11. Теорема о дифференцировании равномерного предела функции двух переменных по одной из них.

12. Теорема об интегрировании равномерного предела функции двух переменных по одной из них (о предельном переходе под знаком собственного интеграла).

13. Связь равномерной сходимости функции двух переменных, монотонной по одной из них, с равномерной сходимостью соответствующей функциональной последовательности. Аналог теоремы Дини о равномерности предела функции двух переменных по одной из них.

14. Лемма о равномерной сходимости по одной из переменных непрерывной функции двух переменных. Непрерывность собственного интеграла, зависящего от параметра, в постоянных пределах интегрирования.

15. Дифференцируемость собственного интеграла, зависящего от параметра, в постоянных пределах интегрирования.

16. Предельный переход под знаком несобственного интеграла, зависящего от параметра. Теорема Дини для несобственного интеграла, зависящего от параметра.

17. Непрерывность несобственного интеграла, зависящего от параметра.

18. Дифференцируемость несобственного интеграла, зависящего от параметра.

19. Интегрируемость в собственном смысле несобственного интеграла, зависящего от параметра.

20. Интегрируемость в несобственном смысле несобственного интеграла, зависящего от параметра. Случай неотрицательной функции.

21. Вычисление интеграла Эйлера – Пуассона.

22. Вычисление интеграла Дирихле.

23. Г-функция, ее свойства и график.

24. В-функция, ее простейшие свойства и связь с Г-функцией. Формула дополнительности (без доказательства).

25. Ортогональные системы в евклидовом пространстве и ряды Фурье по ним. Минимальное свойство отрезков ряда Фурье вектора.

26. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля. Связь сходимости ряда Фурье вектора в евклидовом пространстве с равенством Парсеваля для этого вектора. Замкнутость и полнота ортогональных систем. Примеры замкнутых систем.

27. Ортогональные тригонометрические системы и ряды Фурье по ним. Замкнутость тригонометрической системы в соответствующем евклидовом пространстве (без доказательства). Равенство Парсеваля для тригонометрических систем.

28. Лемма Римана (основная лемма в теории тригонометрических рядов Фурье).

29. Преобразование частичной суммы ряда Фурье по тригонометрической системе к интегралу с ядром Дирихле. Принцип локализации для тригонометрических рядов Фурье.

30. Поточечная сходимость тригонометрических рядов Фурье.

31. Равномерная сходимость тригонометрических рядов Фурье.

32. Тригонометрическая теорема Вейерштрасса.

33. Алгебраическая теорема Вейерштрасса.

34. Замкнутость тригонометрической системы в соответствующем евклидовом пространстве.

Примечание. На оценку «удовлетворительно» с доказательством нужно знать вопросы №№2 – 5, 7 – 12, 14 - 19, 25 – 28, 30 (выражение частичной суммы ряда Фурье интегралом с ядром Дирихле при этом можно не запоминать), 31; без доказательства нужно знать все вопросы.