

ВОПРОСЫ К КОЛЛОКВИУМУ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ МТ-101, 102, МХ-101 (2016–2017)

1. Принцип математической индукции. Обобщение принципа математической индукции. Пример (не из лекции) решения задачи на принцип математической индукции.
2. Теорема о существовании наименьшего элемента в подмножестве натуральных чисел.
3. Определение множества действительных чисел. Формулировка свойств I–IV.
4. Сравнение чисел. Ноль 0, положительные и отрицательные числа, модуль числа, отношения «равно», «меньше», «больше». Доказательство свойства I.2 (транзитивность знаков $<$ и $=$).
5. Приближение действительных чисел рациональными (3 леммы).
6. (Точная) верхняя и (точная) нижняя грани числовых множеств. Определения множества ограниченного сверху, ограниченного снизу, ограниченного; наибольшего и наименьшего элементов множества; точной верхней и точной нижней границей множества. Примеры (не из лекции) множеств:
ограниченного сверху, но не ограниченного снизу;
ограниченного снизу, но не ограниченного сверху;
ограниченного;
неограниченного ни снизу, ни сверху;
множества, имеющего наибольший элемент;
множества, не имеющего наибольшего элемента;
множества, имеющего наименьший элемент;
множества, не имеющего наименьшего элемента;
7. Теорема о существовании (точной) верхней грани у непустого ограниченного сверху множества. Теорема о существовании (точной) нижней грани у непустого ограниченного снизу множества.
8. Сложение чисел. Определение суммы двух чисел. Доказательства свойств II.1–II.5 операции сложения. Определение разности двух чисел.
9. Умножение чисел. Свойства III.1–III.5 операции умножения (без доказательства). Определение частного двух чисел.
10. Определение последовательности. Примеры (не из лекции) числовых и нечисловых последовательностей. Определение сходимости числовой последовательности.
11. Лемма Коши–Кантора о вложенных отрезках.
12. Эквивалентность леммы о вложенных отрезках теореме о существовании точной верхней грани у непустого ограниченного сверху множества.
13. Определение равномогущих множеств. Примеры равномогущих множеств. Мощность множества. Определение конечного множества, бесконечного множества. Определение счетного множества, несчетного множества.
14. Счетность множества рациональных чисел \mathbb{Q} .
15. Существование счетного подмножества бесконечного множества. Счетность бесконечного подмножества счетного множества. Конечность или счетность подмножества счетного множества.
16. Несчетность множества чисел отрезка $[0, 1]$. Определение множества мощности континуум. Примеры.
17. Понятие высказывания, понятие предиката. Примеры предикатов. Построение отрицаний к высказываниям вида $\forall x P(x)$, $\exists x P(x)$.