

1. Дифференцируемость функции комплексного переменного в точке. Условия Коши – Римана (Даламбера – Эйлера).
2. Гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части.
3. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
4. Обращение аналитической функции.
5. Экспоненциальная функция. Логарифм.
6. Однозначные аналитические ветви логарифма. Взаимодействие ветвей логарифма на границе области.
7. Степенная функция. Корень n -й степени. Общее степенное выражение.
8. Дробно-линейное отображение (ДЛО). Доопределение ДЛО в расширенной комплексной плоскости.
9. Групповое свойство ДЛО.
10. Конформность ДЛО.
11. Круговое свойство ДЛО (отображение обобщенной окружности на обобщенную окружность). Отображение круговых областей при ДЛО.
12. Построение ДЛО по его значениям в трех точках.
13. Сохранение симметрии точек при ДЛО.
14. Общий вид ДЛО верхней полуплоскости на единичный круг.
15. Общий вид ДЛО единичного круга на себя.
16. Функция Жуковского.

Вопросы 2го коллоквиума

17. Интеграл от комплекснозначной функции действительного переменного по отрезку. Связь с интегралами от действительной и мнимой части. Формула Ньютона – Лейбница.
18. Интеграл от комплекснозначной функции комплексного переменного по кусочно непрерывно дифференцируемой кривой: определение, теорема существования, связь с интегралом по отрезку, основные свойства.
19. Первообразная функции комплексного переменного в области. Формула Ньютона – Лейбница.
20. Эквивалентные условия существования первообразной.
21. Интегральная теорема Коши для треугольного контура.
22. Интегральная теорема Коши для звездной области.
23. Интегральная теорема Коши для односвязной области (без доказательства).
24. Интегральная теорема Коши для интеграла по границе (без доказательства).
25. Интегральная теорема Коши для составного контура.
26. Интегральная формула Коши (с доказательством). Варианты интегральной формулы Коши (без доказательства). Следствие (теорема о среднем).
27. Интеграл типа Коши. Бесконечная дифференцируемость интеграла типа Коши (без доказательства).
28. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Теорема Мореры.

См. продолжение на следующей странице

¹ Вопросы, выделенные желтым цветом, остаются для всех. Остальные вопросы из программ коллоквиумов для тех, у кого коллоквиум сдан, с экзамена снимаются.

1. Первая теорема Вейерштрасса для рядов аналитических функций.
2. Степенные ряды. Круг сходимости. Теорема Коши – Адамара. Первая теорема Абеля.
3. Характер сходимости степенного ряда в круге сходимости. Свойства суммы степенного ряда.
4. Разложение функции, аналитической в круге, в степенной ряд.
5. Эквивалентные формулировки свойства аналитичности функции в области.
6. Теорема Лиувилля для целых функций.
7. Ряд Лорана. Характер сходимости. Свойства суммы ряда Лорана.
8. Разложение функции, аналитической в кольце, в ряд Лорана.
9. Изолированные особые точки аналитической функции. Характеризация устранимой особой точки, полюса, существенно особой точки.
10. Теорема единственности для аналитической функции.
11. Нули аналитической функции. Характеризация нуля. Связь между нулями и полюсами.
12. Бесконечность как изолированная особенность. Характеризация типа особенности в терминах ряда Лорана.
13. Вычеты. Теорема Коши о вычетах.
14. Вычисление вычета относительно полюса.
15. Вычет относительно бесконечно удаленной точки. Теорема о полной сумме вычетов.
16. Применение теории вычетов для вычисления интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\sin t, \cos t) dt$.
17. Применение теории вычетов для вычисления интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$.
18. Применение теории вычетов для вычисления интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cos ax dx$,
 $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \sin ax dx$. Лемма Жордана (без доказательства). Вычисление интеграла Дирихле $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$.
19. Принцип максимума модуля аналитической функции. Следствия о минимуме модуля и о максимуме модуля на границе области. Вторая теорема Вейерштрасса для рядов аналитических функций.
20. Принцип максимума–минимума гармонической функции.
21. Логарифмический вычет. Вычисление интегралов вида $\int_{\Gamma} \frac{f'(z)}{f(z)} \varphi(z) dz$.
22. Принцип аргумента.
23. Теорема Руше о нулях аналитической функции.
24. Теорема Гурвица.
25. Принцип сохранения области при отображении аналитической функцией.
26. Поведение функции в окрестности существенно особой точки. Теорема Сохоцкого (с доказательством). Теорема Пикара (без доказательства).

Список литературы см. на следующей странице

Список литературы

1. Маркушевич, А.И. Краткий курс теории аналитических функций / А. И. Маркушевич ; под ред. Е. П. Долженко. – Изд. 5-е, испр. и доп. – М. : Мир, 2006. – 423 с.
2. Маркушевич, А.И. Теория аналитических функций: учебник [для вузов] / А. И. Маркушевич. – Изд. 3-е, стер. – СПб. [и др.] : Лань, 2009. Т. 1: Начала теории – 496 с. Т. 2: Дальнейшее построение теории. – 624 с.
3. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1989. – 477 с.
4. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. 15-е изд., стер. СПб. [и др.] : Лань, 2009.
5. Лаврентьев, М. А. Методы теории функций комплексного переменного / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. – 6-е изд., стер. – М. : Лань, 2002. – 688 с.
6. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ: В 2-х ч. – М.: Наука, 1985. Ч.1. – 336 с. Ч.2. – 464 с.
7. Пантелеев А.В., Якимова А.С. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах: Учеб. пособие. М.: Высш. шк., 2001. 445 с.
8. Волковыский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учеб. пособие для вузов / Л. И. Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. – 4-е изд., перераб. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006, 2004. – 312 с.
9. Колесникова С. И. ТФКП в задачах. – уч. пособие. М.: МФТИ, 2016. – 198 с.
10. Карлов М.И., Половинкин Е.С., Шабунин М.И. Методические указания по решению задач курса ТФКП. М.: МФТИ, 2007. – 78 с.
11. <http://vk.com/club193397216>
12. См. раздел файлы в MS Teams
<https://teams.microsoft.com/l/channel/19%3a14f6fd7cc660421f9c59cf3d6604fa3f%40thread.tacv2/%25D0%259E%25D0%25B1%25D1%2589%25D0%25B8%25D0%25B9?groupId=8fef4534-e9f4-4c4d-8537-ef17fcdd6cc2&tenantId=f23c6cf8-5ccc-48f3-8783-f75c7c9d65df>