

Список понятий, определений, свойств и методов

знание и владение которыми будет проверяться на **экспресс-опросе** по математическому анализу. Для студентов группы ФИИТ, 1 семестр 20 __ / __ уч.г. Знание теорем и разложений будет проверяться на уровне формулировок, без доказательства. Выборочно будет проверяться письменное решение задач, указанных в конце каждого пункта (нумерация по задачку Б.П.Демидовича для физических и механико-математических спец.)

1. Степенная, показательная, тригонометрические функции, логарифмы и модули: определения, основные свойства, тождества и неравенства. Неравенство треугольника для модулей. Функция signum . Области определения, монотонности и непрерывности элементарных функций. Уметь изобразить эскизы графиков элементарных функций.

См. школьный материал

2. Множества и операции над ними. Высказывания. Отрицание высказываний. Логические операции. Кванторы. Предикаты. Числовые множества $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$.

Доказательство законов Де Моргана. Преобразование выражений, содержащих объединения, пересечения, вычитание множеств. Отрицание математических высказываний.

3. Метод математической индукции. Доказательство тождеств и неравенств методом математической индукции. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Биномиальные коэффициенты, определение и свойства. Неравенство Бернулли. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим.

№№ 1, 2, 3, 4, 6, 7, 10.1(а,б), 1295

4. Последовательности. Предел последовательности, возможные случаи и соответствующие определения. Доказательство по определению сходимости конкретной последовательности к некоторому числу (либо $\infty, \pm\infty$). Отрицание этого факта по определению. Свойства пределов последовательностей и подпоследовательностей. **№№ 46 (доказать по определению), 47 (доказать по определению), 48, 49, 51, 53, 54, 55, 56, 91, 92**

5. Ограниченные последовательности, их свойства. Определение супремума и инфимума для последовательности, связь с пределом последовательности. Частичные пределы.

№№ 96, 98, 100, 101, 101.1, 116

6. Определение числа e . Значение числа e (минимум 4 значащих разряда). Знать вытекающие из определения неравенства $(1 + \frac{1}{n})^n < e < (1 + \frac{1}{n})^{n+1}$, $\frac{1}{n+1} < \ln(1 + \frac{1}{n}) < \frac{1}{n}$.

№№ 69, 74, 75(а)

7. Наизусть знать формулировки заданий **58-66** из Демидовича. Уметь их доказывать.

№№ 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66

8. Критерий Коши сходимости последовательности. Уметь доказывать по критерию Коши сходимость и отрицание сходимости последовательности. Наизусть знать формулировки заданий **85** и **88** из Демидовича. Уметь их доказывать.

№№ 82, 83, 84, 85, 88

9. Вещественнозначные функции одного вещественного переменного. Предел функции в точке, а также при стремлении к $\pm\infty$. Определения Коши и Гейне. Доказательство по определению сходимости конкретной функции к некоторому числу (либо $\pm\infty$) в точке (а также при стремлении к $\pm\infty$). Отрицание этого факта по определению. Свойства пределов функций в точке. Односторонние пределы функции в точке.

№№ 403, 404, 405, 406, 411(доказать по определению)

10. Техника нахождения пределов функций в точке. Виды неопределенностей. Замечательные пределы и следствия из них. Гиперболические функции, определение и основные свойства.

№№ 340, 411(*), 412, 413, 414, 418, 419, 420, 437, 438, 444, 447, 449, 452, 455, 457, 459, 461, 462, 471, 473, 474, 474.1, 474.2, 475, 476, 477, 479, 480, 482, 483, 484, 485, 486, 488, 489, 490, 493, 494, 519.1, 520, 521, 522, 523, 524, 538, 539, 542, 543, 544, 545, 545.1, 545.2, 545.3, 546, 556, 571, 572, 576(*), 576.1, 577.2, 579

11. Непрерывность функции в точке. Определения Коши и Гейне. Доказательство по определению непрерывности функции в точке. Разрывы 1 и 2 рода. Подбор параметра функции для устранения разрыва 1 рода. Односторонняя непрерывность.
№№ 701, 704, 720, 721, 722, 723, 724, 727, 729, 730, 731(*), 738, 740(*), 744(*)
12. Определение и простейшие свойства открытых и замкнутых множеств. Простейшие свойства рациональных и иррациональных чисел. Функция Дирихле, её построение и свойства. Рациональное и иррациональное приближения произвольного вещественного числа.
№№ 734, 735
13. Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема Кантора. Доказательство существования (либо отсутствия) равномерной непрерывности функции на незамкнутом множестве.
№№ 794, 795, 796, 797, 802(*)
14. o -символика. Два определения каждого из понятий $o(f)$, $O(f)$, $f \sim g$ в точке x_0 (а также при стремлении к $\pm\infty$). Основные свойства. Свободное владение o -символикой и эквивалентностью при решении задач. Таблица эквивалентностей для элементарных функций в точке $x_0 = 0$.
№№ 646(а), 649(*), 650(д,ж), 651(е,ж)
15. Производная функции в точке: определение и основные свойства. Односторонние производные. Дифференцируемость функции. Правила дифференцирования. Наизусть знать производные всех элементарных функций (включая arc -функции и гиперболические функции). Производная функции с модулем. Производная степенно-показательной функции.
№№ 845, 849, 851, 852, 854, 858, 862, 864, 866, 868, 872, 875, 877, 878, 881, 887, 889, 890, 891, 894, 895, 897, 898, 901, 904, 961, 963, 964, 978(а,б,в), 981, 983, 999(*)
16. Формула Тейлора-Маклорена с остаточным членом в форме Пеано. Наизусть знать разложения элементарных функций по формуле Тейлора-Маклорена (включая $(1+x)^\alpha$, $\operatorname{arctg} x$). Первые три члена разложения функций $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{arcsin} x$. Техника нахождения пределов функций и последовательностей с использованием формулы Тейлора.
№№ 1380, 1381, 1384, 1385, 1398, 1399, 1400, 1403, 1404, 1405, 1406, 1406.1, 1406.3