

**Международная Школа-конференция С. Б. Стечкина по теории функций**

(Республика Алтай 9–19 августа 2021 г.)

Список докладов (по алфавиту) с аннотациями

**International S.B. Stechkin's Workshop-Conference on Function Theory**

(Russia, Altai Republic, August 9–19, 2021)

List of talks with abstracts (ordered according to the Russian alphabet)

1. Акишев Г. Об оценках наилучших  $n$ -приближений периодических функций в пространстве Лоренца (40 минут)

Akishev G. On estimates of  $n$ -approximations of periodic functions in the Lorentz space (40 minutes)

В докладе рассматриваются  $L_{p,\tau}(\mathbb{T}^m)$  – классическое пространство Лоренца  $2\pi$ -периодических функций  $m$  переменных и функциональный класс  $W_{p,\tau}^{a,b}$ ,  $1 < p, \tau < \infty$ ,  $0 < a < \infty$ ,  $b \in \mathbb{R}$ , связанный с известным пространством Никольского–Бесова  $S_{p,\tau,\theta}^r B$  в этом пространстве. В докладе будут представлены оценки наилучших  $n$ -приближений тригонометрическими полиномами функций из класса  $W_{p,\tau_1}^{a,b}$  по норме пространства  $L_{q,\tau_2}(\mathbb{T}^m)$  при различных соотношениях между параметрами  $p, q, \tau_1, \tau_2, \theta, a, b$ .

The talk deals with the classical Lorentz space  $L_{p,\tau}(\mathbb{T}^m)$  of  $2\pi$ -periodic functions of  $m$  variables and the function class  $W_{p,\tau}^{a,b}$ ,  $1 < p, \tau < \infty$ ,  $0 < a < \infty$ ,  $b \in \mathbb{R}$ , associated with the well-known Nikol'skii–Besov space  $S_{p,\tau,\theta}^r B$  in this space. The talk will present estimates of the best  $n$ -approximations by trigonometric polynomials of functions from the class  $W_{p,\tau_1}^{a,b}$  in the norm of the space  $L_{q,\tau_2}(\mathbb{T}^m)$  for different relationships between the parameters  $p, q, \tau_1, \tau_2, \theta, a$ , and  $b$ .

2. Акопян Р. Р. Наилучшее приближение операторов дифференцирования на классе Соболева аналитических в полосе функций (50 минут)

Akopyan R.R. Best approximation of differentiation operators in the Sobolev class of functions analytic in a strip (50 minutes)

Получено решение взаимосвязанных экстремальных задач на классе функций аналитических в полосе с конечными  $L^2$ -нормами предельных значений функций на одной граничной прямой и ограниченными  $L^2$ -нормами предельных значений производной порядка  $n$  на другой граничной прямой: наилучшего приближения оператора дифференцирования относительно равномерной нормы на промежуточной прямой ограниченными операторами; оптимального восстановления производной порядка  $k$  на промежуточной прямой по заданным с погрешностью значениям функции на граничной прямой. Получено точное неравенство колмогоровского типа, оценивающее равномерную норму производной порядка  $k$  на промежуточной прямой через  $L^2$ -нормы предельных граничных значений функции и производной порядка  $n$ .

A solution is obtained for interconnected extremal problems on the class of analytic functions in a strip with finite  $L^2$ -norms of limit values of functions on one boundary line and bounded  $L^2$ -norms of limit values of the derivative of order  $n$  on the other boundary line: best approximation of the differentiation operator with respect to the uniform norm on an intermediate line by bounded operators; optimal recovery of the derivative

of order  $k$  on an intermediate line from values of the function on the boundary line given with an error. An exact Kolmogorov-type inequality is obtained that estimates the uniform norm of the derivative of order  $k$  on an intermediate line in terms of the  $L^2$ -norm of the limit boundary values of the function and the derivative of order  $n$ .

3. Антонов Н. Ю. О сходимости рядов Фурье непрерывных функций с ограничением на фрактальность их графиков (30 минут)

Соавтор: Гриднев М. Л.

Antonov N.Yu. On the convergence of Fourier series of continuous functions with a constraint on the fractality of their graphs (30 minutes)

Coauthor: Gridnev M.L.

4. Арестов В. В. Сопряженность пространства  $(p, q)$ -мультипликаторов (60 минут)  
Arestov V.V. Conjugacy of the space of  $(p, q)$ -multipliers (60 minutes)

A. Figà-Talamanca и G. I. Gaudry доказали (1967), что пространство  $\mathcal{L}_{p,q} = \mathcal{L}_{p,q}(G)$  линейных ограниченных операторов из пространства  $L_p$  в пространство  $L_q$ ,  $1 \leq p \leq q < \infty$ , на локально компактной группе  $G$ , инвариантных относительно сдвига (точнее, операции группы), является сопряженным пространством для конструктивно описанного ими пространства  $A_{p,q} = A_{p,q}(G)$ . Такой результат для случая  $q = p$  A. Figà-Talamanca получил ранее (1965). В сообщении автора для пространства  $\mathcal{L}_{p,q}(\mathbb{R}^m)$  или, то же самое, для пространства мультипликаторов  $M_{p,q} = M_{p,q}(\mathbb{R}^m)$  пары пространств Лебега  $L_p(\mathbb{R}^m)$ ,  $L_q(\mathbb{R}^m)$ ,  $1 \leq p \leq q \leq \infty$ , будет предьявлено банахово функциональное пространство  $F_{p,q} = F_{p,q}(\mathbb{R}^m)$  с двумя свойствами. Пространство  $M_{p,q}$  является для  $F_{p,q}$  сопряженным:  $F_{p,q}^* = M_{p,q}$ ; доказано, что на самом деле  $F_{p,q}$  совпадает с  $A_{p,q} = A_{p,q}(\mathbb{R}^m)$ . Пространство  $F_{p,q}$  описано в иных терминах в сравнении с  $A_{p,q}$ . Подобный результат для случая  $q = p$  автор получил ранее (2019). Пространство  $F_{p,q}$  возникло и используется автором, начиная с 1980 года, в исследованиях задачи Стечкина о наилучшем приближении операторов дифференцирования линейными ограниченными операторами в пространствах Лебега  $L_\gamma(\mathbb{R}^m)$ ,  $1 \leq \gamma \leq \infty$ .

A. Figà-Talamanca and G. I. Gaudry proved (1967) that the space  $\mathcal{L}_{p,q} = \mathcal{L}_{p,q}(G)$  of bounded linear operators from the space  $L_p$  to the space  $L_q$ ,  $1 \leq p \leq q < \infty$ , on a locally compact group  $G$  that are translation invariant (more exactly, invariant under the group operation), is the conjugate space for a space  $A_{p,q} = A_{p,q}(G)$ , which they described constructively. A. Figà-Talamanca obtained this result for the case  $q = p$  earlier (1965). In the present talk, for the space  $\mathcal{L}_{p,q}(\mathbb{R}^m)$  or, that is the same, the space  $M_{p,q} = M_{p,q}(\mathbb{R}^m)$  of multipliers of a pair of Lebesgue spaces  $L_p(\mathbb{R}^m)$  and  $L_q(\mathbb{R}^m)$ ,  $1 \leq p \leq q \leq \infty$ , we present a Banach function space  $F_{p,q} = F_{p,q}(\mathbb{R}^m)$  with two properties. The space  $M_{p,q}$  is conjugate to  $F_{p,q}$ :  $F_{p,q}^* = M_{p,q}$ ; actually, we prove that  $F_{p,q}$  coincides with  $A_{p,q} = A_{p,q}(\mathbb{R}^m)$ . We describe the space  $F_{p,q}$  in different terms as compared to  $A_{p,q}$ . A similar result for the case  $q = p$ , the author obtained earlier (2019). The space  $F_{p,q}$  appeared and has been used by the author since 1980 in the studies of Stechkin's problem on the best approximation of differentiation operators by bounded linear operators in the Lebesgue spaces  $L_\gamma(\mathbb{R}^m)$ ,  $1 \leq \gamma \leq \infty$ .

5. Бабенко А. Г. О точном  $(C, L)$ -неравенстве Джексона – Никольского для тригонометрических полиномов (60 минут)

Соавторы: Горбачев Д. В., М. В. Дейкалова, Ю. В. Крякин

Babenko A.G. On exact Jackson–Nicol'skii  $(C, L)$ -inequality for trigonometric

polynomials

Coauthors: D.V.Gorbachev, M.V.Deikalova, and Yu.V.Kryakin

Приводится развитие нового подхода к решению экстремальной задачи о точном неравенстве между равномерной и интегральной нормами на пространстве тригонометрических полиномов. Указанный подход и его развитие разработаны совместно А. Г. Бабенко, Д. В. Горбачевым, М. В. Дейкаловой и Ю. В. Крякиным.

The development of a new approach to solving the extremal problem of the exact inequality between the uniform and integral norms on the space of trigonometric polynomials is presented. This approach and its development were developed jointly by A.G.Babenko, D.V.Gorbachev, M.V.Deikalova, and Yu.V.Kryakin.

6. Байдакова Н. В. Аппроксимация производных функции, заданной на симплексе, при интерполяции Лагранжа алгебраическими многочленами

Соавтор: Ю. Н. Субботин

Baidakova N.V. Approximation of the derivatives of a function defined on a simplex under Lagrange interpolation by algebraic polynomials

Coauthor: Yu.N.Subbotin

Получены новые оценки сверху в задаче аппроксимации производных порядка  $k$  функции  $d$  переменных, заданной на симплексе, производными алгебраического многочлена степени не выше  $n$  ( $0 \leq k \leq n$ ), интерполирующего значения функции в равноотстоящих узлах симплекса. Оценки получены в терминах диаметра симплекса, угловой характеристики, введенной авторами, размерности  $d$ , степени многочлена  $n$ , порядка  $k$  оцениваемой производной и не содержат неизвестных параметров. Рассматривается сравнение полученных оценок с наиболее часто встречающимися в литературе.

We obtain new upper bounds in the problem of approximation of the derivatives of order  $k$  of a function of  $d$  variables defined on a  $d$ -dimensional simplex by the derivatives of an algebraic polynomial of degree at most  $n$  ( $0 \leq k \leq n$ ) interpolating the values of the function at equidistant nodes of the simplex. The estimates are obtained in terms of the diameter of the simplex, the angular characteristic introduced by the authors, the dimension  $d$ , the degree  $n$  of the polynomial, and the order  $k$  of the estimated derivative and do not contain unknown parameters. The comparison of the obtained estimates with the most frequently encountered in the literature is considered.

7. Беднов Б. Б. О чебышёвских и монотонно линейно связных множествах (30 минут)  
Bednov B.V. On Chebyshev and monotone path-connected sets (30 minutes)

В докладе будут рассказаны результаты о взаимосвязи классов чебышёвских множеств и монотонно линейно связных множеств в различных банаховых пространствах.

The talk will present results on the relationship between the classes of Chebyshev sets and monotone path-connected sets in various Banach spaces.

8. Беднова В. Б. О применении интегральных формул для решения задачи термоупругости неоднородного тела (20 минут)

Bednova V.B. On the application of integral formulas for solving the problem of thermoelasticity of an inhomogeneous body (20 minutes)

В докладе будет рассматриваться нестационарная задача термоупругости для неоднородного тела (исходная задача). Для решения задачи используются инте-

гральные формулы, позволяющие выразить перемещения и температуру исходной задачи через перемещения и температуру сопутствующей задачи (задача для однородного тела, аналогичная исходной).

The talk will consider the non-stationary problem of thermoelasticity for an inhomogeneous body (the original problem). To solve the problem, integral formulas are used that allow expressing the displacements and temperature of the original problem in terms of displacements and the temperature of the associated problem (a problem for a homogeneous body, similar to the original one).

9. Белых В. Н. К вопросу хорошей обусловленности ненасыщаемых квадратурных формул (40 минут)

Belykh V.N. On the question of well-conditioning of unsaturated quadrature formulas (40 minutes)

Указан достаточный признак хорошей обусловленности (устойчивости к ошибкам округлений) ненасыщаемых квадратурных формул с весовой функцией из  $L_p$  ( $1 < p < \infty$ ).

A sufficient condition of well-conditioning (robustness to round-off errors) of unsaturated quadrature formulas with a weight function from  $L_p$  ( $1 < p < \infty$ ) is presented.

10. Бердышев В. И. Траектория наблюдателя и скрытость объекта, обходящего препятствие по кратчайшей кривой (60 минут)

Berdyshev V.I. The observer's trajectory and the concealment of an object avoiding an obstacle along the shortest curve (60 minutes)

Объект  $t$ , движущийся из начальной точки в заданную конечную точку вынужден обойти препятствие – ограниченное связное телесное множество  $G$ . Задача наблюдателя  $f$ , стартующего одновременно с объектом  $t$ , состоит в поиске траектории  $\mathfrak{F}f$ , обеспечивающей слежение за объектом на возможно большей части траектории  $\mathfrak{F}t$  объекта и возможно меньшую скрытость объекта от наблюдателя. В докладе, в частности, при условии равенства величин скоростей объекта и наблюдателя, приводятся примеры траекторий  $\mathfrak{F}f$ , для которых указаны контролируемые наблюдателем участки траектории  $\mathfrak{F}t$ , а для непросматриваемых участков указана скрытость объекта.

The object  $t$ , moving from the starting point to the given endpoint, is forced to go around an obstacle - a bounded connected solid set  $G$ . The task of the observer  $f$ , starting simultaneously with the object  $t$ , is to find the trajectory  $\mathfrak{F}f$ , which ensures the tracking of the object on the largest possible part of the trajectory  $\mathfrak{F}t$  of the object and the least possible concealment of the object from the observer. Provided that the velocities of the object and the observer are equal, the talk, in particular, gives examples of trajectories  $\mathfrak{F}f$ , for which the segments of the trajectory  $\mathfrak{F}t$  controlled by the observer are indicated, and the hiddenness of the object is indicated for the unseen areas.

11. Бердышева Е. Е. Метрические ряды Фурье многозначных функций ограниченной вариации (50 минут)

Соавторы: Nira Dyn, Elza Farkhi, Alona Mokhov (Тель-Авив)

Berdysheva E.E. Metric Fourier series of set-valued functions of bounded variation (50 minutes)

Coauthors: Nira Dyn, Elza Farkhi, Alona Mokhov (Tel Aviv)

Мы изучаем многозначные функции, отображающие вещественный интервал в пространство непустых компактных подмножеств пространства  $\mathbb{R}^d$ . Известные методы приближения таких функций работают практически только для функций, значения которых являются выпуклыми множествами; стандартные методы обладают свойством конвексификации, т. е. овыпукливания. В докладе я опишу новую конструкцию, дающую аналог тригонометрических рядов Фурье для многозначных функций с произвольными, т. е. не обязательно выпуклыми, значениями. Наш основной результат есть аналог классической теоремы Дирихле–Жордана для вещественнозначных функций. А именно, мы показываем, что частичные суммы метрических рядов Фурье многозначной функции ограниченной вариации поточечно сходятся в метрике Хаусдорфа к некоторому множеству, описанному в терминах метрических выборок функции. В частности, если многозначная функция ограниченной вариации  $F$  непрерывна в точке  $x$ , то частичные суммы ее метрического ряда Фурье сходятся к  $F(x)$ . Если функция  $F$  непрерывна на замкнутом интервале  $I$ , то сходимость является равномерной на  $I$ .

We study set-valued functions that map a real interval to the space of nonempty compact subsets of the space  $\mathbb{R}^d$ . The known methods of approximation of such functions work practically only for functions whose values are convex sets; standard methods have the property of convexification. In my talk, I will describe a new construction that gives an analog of trigonometric Fourier series for set-valued functions with arbitrary, i.e., not necessarily convex, values. Our main result is an analog of the classical Dirichlet–Jordan theorem for real-valued functions. Namely, we show that the partial sums of the metric Fourier series of a set-valued function of bounded variation converge pointwise in the Hausdorff metric to a certain set described in terms of metric selections of the function. In particular, if a set-valued function of bounded variation  $F$  is continuous at a point  $x$ , then the partial sums of its metric Fourier series converge to  $F(x)$ . If the function  $F$  is continuous on a closed interval  $I$ , then the convergence is uniform on  $I$ .

12. Берестова Е. В. Неравенство Планшереля–Поля в  $L^p(\mathbb{R}^n)$ ,  $1 \leq p \leq 2$ , для целых функций экспоненциального типа (50 минут)  
 Berestova E.V. Plancherel–Polya inequality in  $L^p(\mathbb{R}^n)$ ,  $1 \leq p \leq 2$ , for entire functions of exponential type (50 minutes)

Рассматривается множество целых функций  $n$  переменных экспоненциального типа  $\Omega$ . Доклад посвящен неравенству Планшереля–Поля об оценке  $l_p$ -нормы последовательности значений функций на равномерно дискретном множестве точек  $\mathbb{R}^n$  через  $L^p$ -норму функции.

The set of entire functions  $f$  of  $n$  variables of exponential type  $\Omega$  is considered. The talk is devoted to the Plancherel–Polya inequality between the  $l_p$ -norm of a sequence  $f(\lambda_k)$  on a uniformly discrete set  $\{\lambda_k\}$  from  $\mathbb{R}^n$  in terms of the  $L^p$ -norm of a function.

13. Богданов В. В. Простой и надежный алгоритм для выпуклой интерполяции обобщёнными кубическими сплайнами (50 минут)  
 Bogdanov V.V. On a simple and reliable algorithm for convex interpolation by generalized cubic splines (50 minutes)

Предлагается простое и надёжное правило выбора управляющих параметров для нелокальных конструкций обобщённых кубических сплайнов с целью сохранения свойства выпуклости интерполяционных данных. Такой обобщённый сплайн почти оптимально близок к классическому кубическому сплайну в смысле близости

управляющих параметров и в то же время наследует свойство выпуклости данных. Алгоритм с небольшими вариациями применим к ряду конкретных популярных обобщений классического сплайна.

We present an effective rule for choosing control parameters for nonlocal constructions of generalized cubic splines to preserve the convexity of interpolated data. Such a generalized spline is perfectly close to the classic cubic spline in terms of the proximity of control parameters and, at the same time, it inherits the property of data convexity. The algorithm, with slight variations, applies to some specific popular generalizations of the classical spline.

14. Бородин П. А. О последовательностях рациональных уклонений (50 минут)  
Соавтор: Eva Копецка (Innsbruck University, Austria)  
Borodin P.A. On sequences of rational deviations (50 minutes)  
Coauthor: Eva Kopecka (Innsbruck University, Austria)

Впервые удалось показать, что в норме  $L_2$  наименьшие рациональные уклонения не могут образовывать произвольную строго монотонную последовательность, стремящуюся к нулю. Более точно, это доказано на примере пространства  $H_2$  в верхней полуплоскости. Равномерная норма в этом смысле лучше: еще в 1994 году А. А. Пекарский доказал, что последовательность рациональных уклонений в комплексном пространстве  $C[0, 1]$  может быть произвольной строго монотонной последовательностью, стремящейся к нулю.

For the first time, it was possible to show that in the  $L_2$  norm the least rational deviations cannot form an arbitrary strictly monotone sequence tending to zero. More precisely, this is proved by the example of the space  $H_2$  in the upper half-plane. The uniform norm is better in this sense: back in 1994, A.A.Pekarskii proved that a sequence of rational deviations in the complex space  $C[0, 1]$  can be an arbitrary strictly monotone sequence tending to zero.

15. Бурушева Л. Ш. Оценки скорости сходимости жадного алгоритма для трех подпространств (20 минут)  
Burusheva L.Sh. On estimates of the rate of convergence of greedy algorithms for three subspaces (20 minutes)

В докладе будет дан обзор оценок скорости сходимости циклического и жадного алгоритмов для конечного количества подпространств и рассмотрены оценки скорости сходимости чисто жадного алгоритма для трех подпространств.

We will give an overview of estimates of the rate of convergence of alternating projections and greedy algorithms for a finite number of subspaces and consider new estimates of the rate of convergence of a pure greedy algorithm for three subspaces.

16. Васильева А. А. Колмогоровские поперечники пересечения семейства конечномерных шаров (45 минут)  
Vasil'eva A. A. Kolmogorov widths of the intersection of a family of finite-dimensional balls (45 minutes)

Получены порядковые оценки колмогоровских  $n$ -поперечников пересечения семейства шаров вида  $rB_p^N$  в пространстве  $l_q^N$  при  $n \leq N/2$ .

Order estimates for the Kolmogorov  $n$ -widths of the intersection of a family of balls  $rB_p^N$  in the space  $l_q^N$  are obtained for  $n \leq N/2$ .

17. Волков Ю. С. Свойство диагонального преобладания матриц в некоторых задачах теории приближения (50 минут)  
Volkov Yu.S. The property of diagonal dominance of matrices in some problems of approximation theory (50 minutes)

В докладе рассматривается несколько задач теории приближения, в частности сплайн интерполяции, решение которых существенно опирается на свойство диагонального преобладания матриц систем линейных уравнений, возникающих в задачах. Свойство диагонального преобладания позволяет устанавливать эффективные оценки решений систем уравнений. Рассматриваются матрицы конечной размерности и дважды бесконечные.

In the talk, several problems of approximation theory, in particular, spline interpolation, are considered, the solution of which is essentially based on the property of diagonal dominance of matrices of systems of linear equations arising in problems. The property of diagonal dominance allows one to establish effective estimates for solutions to systems of equations. Matrices of finite dimension and twice infinite are considered.

18. Воронин А. Ф. О методе эффективной факторизации матриц-функций в алгебре Винера (45 минут)  
Voronin A.F. On the method of effective factorization of matrix functions in the Wiener algebra (45 minutes)

В докладе рассматривается векторная краевая задача Римана–Гильберта (которая также называется краевой задачей Римана или задачей факторизации). Эта задача является наиболее востребованной задачей комплексного анализа. Отметим, что ее решение в общем случае – проблема. В докладе предлагается новый подход к исследованию краевой задачи Римана–Гильберта: задача сводится к усеченному уравнению Винера–Хопфа (уравнению в свертках второго рода на конечном интервале). В работе найдена взаимосвязь между задачей факторизации матрицы-функции в алгебре Винера порядка два и усеченным уравнением Винера–Хопфа. Получена явная формула этой взаимосвязи. Усеченное уравнение Винера–Хопфа является одним из наиболее изученных интегральных уравнений Фредгольма второго рода. Поэтому можно ожидать, что идея такого сведения приведет к созданию метода факторизации матриц-функций общего вида. Предварительные результаты в этом направлении также будут изложены в докладе.

In the talk, the vector Riemann–Hilbert boundary value problem (which is also called the Riemann boundary value problem or factorization problem) is considered. This problem is the most demanded problem of complex analysis. Note that its solution in the general case is a problem. The talk proposes a new approach to the study of the Riemann–Hilbert boundary value problem: the problem is reduced to the truncated Wiener–Hopf equation (a convolution equation of the second kind on a finite interval). We found a relationship between the problem of factorizing a matrix function in the Wiener algebra of order two and the truncated Wiener–Hopf equation. An explicit formula for this relationship has been obtained. The truncated Wiener–Hopf equation is one of the most studied Fredholm integral equations of the second kind. Therefore, it can be expected that the idea of such a reduction will lead to the creation of a method for factorizing general matrix functions. Preliminary results in this direction will also be presented in the talk.

19. Габдуллин М.Р. Множество квадратов на коротком промежутке является  $\Lambda_4$ -множеством (50 минут)

Gabdullin M.R. A set of squares in a short interval is a  $\Lambda_4$ -set (50 minutes)

J. Cilleruelo и A. Cordoba выдвинули следующую гипотезу: для любого  $\gamma \in (0, 1)$  справедливо

$$\left\| \sum_{N \leq n \leq N+N^\gamma} a_n e^{2\pi i n^2 x} \right\|_4 \leq C(\gamma) \left( \sum_{N \leq n \leq N+N^\gamma} |a_n|^2 \right)^{1/2},$$

то есть, множество  $\{n^2 : N \leq n \leq N + N^\gamma\}$  является  $\Lambda_4$ -множеством. Мы докажем это для любого  $\gamma < \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0.618\dots$  и обсудим связанные с этим результаты и гипотезы.

J. Cilleruelo and A. Cordoba conjectured that, for all  $\gamma \in (0, 1)$ ,

$$\left\| \sum_{N \leq n \leq N+N^\gamma} a_n e^{2\pi i n^2 x} \right\|_4 \leq C(\gamma) \left( \sum_{N \leq n \leq N+N^\gamma} |a_n|^2 \right)^{1/2},$$

i.e., the set  $\{n^2 : N \leq n \leq N + N^\gamma\}$  is a  $\Lambda_4$ -set. We prove it for all  $\gamma < \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0.618\dots$  and discuss other things related to this topic.

20. Глазырина П. Ю. Неравенство Турана, обратное к неравенству Маркова, для компактов комплексной плоскости (25 минут)

Соавторы: Горячева Ю. С., Ревес С. Д.

Glazyrina P.Yu. Turán's inequality, inverse to Markov's inequality, for compact sets in the complex plane (25 minutes)

Coauthors: Goryacheva Yu.S., Révész Sz.G.

В докладе будут рассмотрены результаты, посвященные оценке нормы многочлена через норму его производной при ограничениях на нули многочлена.

In the talk, we will consider the results devoted to estimating the norm of a polynomial in terms of the norm of its derivative under constraints on the zeros of the polynomial.

21. Горбачев Д. В. Решение задачи Дельсарта для 4-дизайнов на 2-сфере (50 минут)

Соавтор: И. А. Мартьянов

Solving the Delsarte problem for 4-designs on a 2-sphere (50 minutes)

Coauthor: I.A.Mart'yanov

Решается точно экстремальная задача Дельсарта для 4-дизайнов на сфере  $\mathbb{S}^2$ :

$$A_4 = A_{4,22} = 9.31033\dots$$

Для этого мы адаптируем метод Арестова–Бабенко для задачи Дельсарта для сферических кодов. Данный метод базируется на применении нелинейного программирования и решении полиномиальной системы уравнений. Для доказательства существования нужного решения такой системы применяется интервальный метод Кравчука из HomotopyContinuation.jl.

The extremal Delsarte problem is exactly solved for 4-designs on the sphere  $\mathbb{S}^2$ :

$$A_4 = A_{4,22} = 9.31033\dots$$

To do this, we adapt the Arestov–Babenko method for the Delsarte problem for spherical codes. This method is based on using nonlinear programming and solving a polynomial system of equations. To prove the existence of the desired solution of such a system, the interval Krawczyk’s method is applied from HomotopyContinuation.jl.

22. Горбачев Д. В. Задачи Чебышева о наименее уклоняющихся от нуля многочленах и неравенства Никольского (50 минут)  
Gorbachev D.V. Chebyshev’s problems on polynomials that deviate least from zero and Nikol’skii inequalities (50 minutes)

В 2021 году исполняется 200 лет со дня рождения выдающегося русского математика и механика, основоположника теории приближений П. Л. Чебышёва. Им была поставлена и решена ставшая знаменитой задача о многочлене, наименее уклоняющимся от нуля в равномерной метрике. Данная задача и ее весовые варианты в других метриках относятся к классическому направлению теории приближений, включающему точные неравенства Маркова и Бернштейна для производных, неравенства разных метрик Никольского для полиномов и целых функций экспоненциального типа. Все эти проблемы оказываются взаимосвязанными, они находят интересные приложения в теории чисел, метрической геометрии.

2021 marks the 200th anniversary of the birth of the outstanding Russian mathematician and mechanic, the founder of the theory of approximations P.L. Chebyshev. He posed and solved the famous problem of a polynomial, the least deviating from zero in the uniform metric. This problem and its weighted variants in other metrics refer to the classical direction of approximation theory, including sharp Markov and Bernstein inequalities for derivatives, inequalities of different Nikol’skii metrics for polynomials and entire functions of exponential type. All these problems turn out to be interrelated, they have interesting applications in number theory, metric geometry.

23. Задорин А. И. Подходы к интерполяции функций с большими градиентами в пограничном слое (40 минут)  
Соавтор: Блатов И. А.  
Zadorin A.I. Approaches to interpolating functions with large gradients in the boundary layer (40 minutes)  
Coauthor: Blatov I.A.

Работа посвящена вопросам интерполяции функций с большими градиентами в пограничном слое. Проблема в том, что применение для интерполяции таких функций полиномиальных сплайнов и многочлена Лагранжа в случае равномерной сетки приводит к неприемлемым погрешностям. Рассматривается два подхода к построению сплайнов и интерполяционных формул, погрешность которых равномерна по большим градиентам функции в пограничном слое: сгущение сетки в области пограничного слоя и в случае равномерной сетки подгонка интерполяционных формул к погранслоевой составляющей, отвечающей за рост интерполируемой функции в пограничном слое.

The talk is devoted to the issues of interpolation of functions with large gradients in the boundary layer. The problem is that the use of polynomial splines and the Lagrange polynomial for interpolation of such functions in the case of a uniform grid leads to unacceptable errors. Two approaches to the construction of splines and interpolation formulas are considered, the error of which is uniform over large gradients of the

function in the boundary layer: thickening the grid in the boundary layer region and, in the case of a uniform grid, fitting the interpolation formulas to the boundary layer component responsible for the growth of the interpolated function in the boundary layer.

24. Заставный В. П. Неравенства для положительно определенных ядер и функций (40 минут)

Zastavnyi V.P. Inequalities for positive definite kernels and functions (40 minutes)

Рассматриваются положительно определенные ядра и функции. Ключевым объектом в работе является известное основное неравенство для таких ядер – неравенство Коши–Буняковского для специального скалярного произведения, порожденного заданным положительно определенным ядром. Показано, что неравенство Ингама (в частности, и неравенство Гильберта) – это, по существу, основное неравенство для положительно определенной на  $\mathbb{R}$  функции  $\sin(\pi x)/x$  и для целочисленной системы точек. С помощью основного неравенства доказаны новые неравенства типа неравенств Крейна–Горина и Ингама. Получены достаточные условия интегрируемости п. о. функций.

Positive definite kernels and functions are considered. The key object in this work is the well-known basic inequality for such kernels – the Cauchy–Bunyakovsky inequality for a special scalar product generated by a given positive definite kernel. It is shown that the Ingham inequality (in particular, the Hilbert inequality) is, in essence, the main inequality for the function  $\sin(\pi x)/x$  positive definite on  $\mathbb{R}$  and for an integer system of points. Using the main inequality, we prove new inequalities of Krein–Gorin and Ingham type. Sufficient conditions for the integrability of p.d. functions are obtained.

25. Иванов В. И. Задача Чебышева о моментах неотрицательных многочленов (50 минут)

Ivanov V.I. Chebyshev’s problem on the moments of non-negative polynomials (50 minutes)

В задаче Чебышева ищутся экстремальные значения моментов неотрицательных многочленов на отрезке  $[-1, 1]$  с фиксированным нулевым моментом. В 2020 году удалось решить задачу Чебышева для моментов нечетного порядка. Доклад будет посвящен изложению результатов, полученных для моментов четного порядка.

In the Chebyshev problem, the extreme values of the moments of nonnegative polynomials on the interval  $[-1, 1]$  with a fixed zero moment are sought. In 2020, we managed to solve the Chebyshev problem for odd-order moments. The talk will be devoted to the presentation of the results obtained for the moments of even order.

26. Леонтьева А. О. Неравенства Бернштейна и Сеге для тригонометрических полиномов в пространствах  $L_p$  при  $0 \leq p \leq \infty$  (45 минут)

Leont’eva A.O. Bernstein and Szegő inequalities for trigonometric polynomials in the spaces  $L_p$  for  $0 \leq p \leq \infty$  (45 minutes)

Будет сделан обзор результатов, связанных с неравенствами Бернштейна и Сеге и имеющих прямое отношение к интересам докладчика в этой тематике. Будут обсуждаться нерешённые задачи.

An overview of the results related to the Bernstein and Szegő inequalities and directly related to the speaker’s interests in this topic will be made. Unresolved problems will be discussed.

27. Липин А. Е. Задача о мере объединения отрезков на плоскости с ограничениями на множество их концов (10 минут)

Lipin A.E. The problem on the measure of the union of line segments in the plane with restrictions on the set of their ends (10 minutes)

Некоторое время назад от М. А. Патракеева поступил следующий вопрос. На единичном отрезке выбираются равномошные множества  $A$  и  $B$ , имеющие меру нуль. Между  $A$  и  $B$  устанавливается произвольная биекция  $\varphi$ . Далее на плоскости каждая точка вида  $(a, 0)$  при  $a \in A$  соединяется отрезком с точкой  $(\varphi(a), 1)$ . Объединение всех таких отрезков обозначается  $S(A, B, \varphi)$ . Спрашивается, какую меру в плоскости может иметь множество  $S(A, B, \varphi)$  (в том числе, какие значения может принимать пара из верхней и нижней меры, если такое множество может быть неизмеримо). Мы дадим ответ на этот вопрос.

Some time ago, M.A.Patrakeev asked the following question. Let  $A$  and  $B$  be zero-measure subsets of equal cardinality of the unit segment. Let  $\varphi$  be a bijection between  $A$  and  $B$ . Denote by  $S(A, B, \varphi)$  the union of all segments in the plane with the endpoints  $(a, 0)$  and  $(\varphi(a), 1)$  for some  $a \in A$ . The question is what is the measure of the set  $S(A, B, \varphi)$ , and what are the outer and inner measures of  $S(A, B, \varphi)$  if  $S(A, B, \varphi)$  is nonmeasurable. We will answer this question.

28. Магарил-Ильяев Г. Г. О наилучшем восстановлении полугруппы операторов по неточным измерениям (40 минут)

Соавтор: Сивкова Е. О.

Magaril-Ilyaev G. G. On the best recovery of semi-group operators from inaccurate measurements (40 minutes)

Coauthor: Sivkova E. O.

Для специальной однопараметрической полугруппы операторов рассматривается задача наилучшего восстановления оператора при данном значении параметра по неточным его измерениям при других значениях параметров. Построено семейство оптимальных методов восстановления. В качестве следствия найдены оптимальные методы восстановления решения уравнения теплопроводности в данный момент времени при неточных его измерениях в другие моменты времени и оптимальные методы восстановления решения задачи Дирихле для полупространства на гиперплоскости при неточных его измерениях на других гиперплоскостях.

The problem of the best recovery of the operator at a given value of the parameter by its inaccurate measurements with other parameters is solved for a special one-parameter semi-group of operators. A family of optimal recovery methods is constructed. As a corollary, we obtain families of optimal recovery methods in the problem of recovery of a solution of the heat equation at a given moment in time from inaccurate measurements at other times and optimal methods for recovering the solution of the Dirichlet problem for a half-space on a hyperplane from inaccurate measurements on other hyperplanes.

29. Малыхин Ю. В. Жёсткость в  $L_p$  и независимость (45 минут)

Malykhin Yu.V.  $L_p$  rigidity and independence (45 minutes)

Известно, что ортонормированная система из  $N$  функций является жёсткой в  $L_2$ , то есть, она плохо приближается в  $L_2$  линейными пространствами (размерности, скажем,  $N/2$ ). В  $L_1$  для жёсткости требуются более сильные условия. Так, оказалось, что система Уолша не является жёсткой. Одно из достаточных условий

жёсткости – независимость системы (в смысле теории вероятностей). Мы обсудим эти и некоторые другие результаты.

It is known that an orthonormal system of  $N$  functions is rigid in  $L_2$ , that is, it is poorly approximated in  $L_2$  by linear spaces (of dimension, say,  $N/2$ ). In  $L_1$ , stronger conditions are required for rigidity. For instance, it turned out that the Walsh system is not rigid. One of the sufficient conditions for rigidity is the independence of the system (in the sense of probability theory). We will discuss these and some other results.

30. Манов А. Д. Некоторые неравенства для положительно определенных функций (50 минут)

Manov A.D. Some inequalities for positive definite functions (50 minutes)

Из определения положительно определённых функций на вещественной оси  $\mathbb{R}$  вытекает, что для любой положительно определённой функции  $f(x)$  выполняется неравенство  $|f(x)| \leq f(0)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . В работе доказано, что если дополнительно  $f(x) = 0$  при  $|x| \geq 1$ , то выполняется неравенство  $|f(x)| + |f(y)| \leq f(0)$  для всех  $x, y \in \mathbb{R}$  таких, что  $|x| + |y| \geq 1$ . Также найдены условия при которых неравенство является точным.

From the definition of positive definite functions on  $\mathbb{R}$ , it follows that, for any positive definite function  $f(x)$ , the inequality  $|f(x)| \leq f(0)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , holds. We prove that if additionally  $f(x) = 0$  for  $|x| \geq 1$ , then, for all  $x, y \in \mathbb{R}$  such that  $|x| + |y| \geq 1$ , the following inequality holds:  $|f(x)| + |f(y)| \leq f(0)$ . In addition, we found conditions under which the inequality is exact.

31. Надь Б. Минимаксные задачи и теоремы о гомеоморфизме функций на интервале (30 минут)

Соавторы: С. Ревес, Б. Фаркаш (Венгрия)

Nagy B. Minimax problems and homeomorphism theorems for functions on the interval (30 minutes)

Coauthors: Szilárd Révész (Alfréd Rényi Institute of Mathematics, Budapest, Hungary), Bálint Farkas (Bergische Universität Wuppertal)

Мы исследуем экстремальные задачи на интервале  $[0, 1]$ , которые связаны с суммами сдвигов, возможно, различных ядерных функций. Мы допускаем очень общие функции поля для более широкого круга приложений. Одним из основных результатов является теорема о глобальном гомеоморфизме для разностей локальных максимумов функций сумм сдвигов. В качестве непосредственного приложения можно вывести интерполяцию Лагранжа для алгебраических и тригонометрических многочленов. Кроме того, можно обобщить теорему Микелси и Пашковского и некоторые результаты Боянова. Мы также исследуем минимаксные задачи для таких сумм сдвигов и получаем общий минимаксный результат, в котором равноволновые, минимаксные и максиминные конфигурации связаны друг с другом. На основе совместной работы с Балинтом Фаркашом и Силардом Ревесом.

We investigate extremal problems on the interval  $[0, 1]$  that involve sums of translates of possibly different kernel functions. We allow very general field functions for a wider range of applications. One of the main results is a global homeomorphism theorem for differences of local maxima of sums of translates functions. As an immediate application, Lagrange interpolation for algebraic polynomials and trigonometric polynomials can be deduced. Furthermore, one can generalize a theorem of Mycielsi and Paszkowski, and some results of Bojanov. We also investigate minimax problems for

such sums of translates and we obtain a general minimax result in which equioscillating, minimax and maximin configurations are related to each other. Based on joint work with Balint Farkas and Szilard Revesz.

32. Никифорова Т. М. Неравенство для первой и второй производных алгебраического многочлена на эллипсе (30 минут)

Nikiforova T.M. Inequality for the first and second derivatives of an algebraic polynomial on an ellipse (30 minutes)

В докладе приводится утверждение, в частном случае обобщающее неравенства Даффина – Шеффера и Виденского на отрезке  $[-1, 1]$  для первой и второй производных алгебраического многочлена на случай эллипса.

In the talk, a statement is given that in a particular case generalizes the inequalities of Duffin–Schaeffer and Wiedensky on the segment  $[-1, 1]$  for the first and second derivatives of an algebraic polynomial to the case of an ellipse.

33. Паюченко Н. С. Неравенство Колмогорова на оси с односторонним ограничением на вторую производную (25 минут)

Payuchenko N.S. Kolmogorov inequality on the axis with one-sided restriction on the second derivative (25 minutes)

Доклад посвящен варианту неравенства Колмогорова с положительной срезкой второй производной на оси

$$\|y'\|_{L_q(\mathbb{R})} \leq K (\|y\|_{L_r(\mathbb{R})} \|y''_+\|_{L_p(\mathbb{R})})^{1/2}.$$

В докладе будет представлена связь с неравенством на отрезке в случае равенства в условии Габушина ( $1/r + 1/p = 2/q$ ) и точные константы для следующих троек норм:  $(q = r = p = 1)$ ,  $(q = 2, r = 1, p = \infty)$ ,  $(q = 2, r = \infty, p = 1)$ .

The talk is devoted to a variant of the Kolmogorov inequality with a positive cutoff of the second derivative on the axis

$$\|y'\|_{L_q(\mathbb{R})} \leq K (\|y\|_{L_r(\mathbb{R})} \|y''_+\|_{L_p(\mathbb{R})})^{1/2}.$$

The talk will present a connection with an inequality on an interval in the case of equality in the Gabushin condition ( $1/r + 1/p = 2/q$ ) and exact constants for the following triples of norms:  $(q = r = p = 1)$ ,  $(q = 2, r = 1, p = \infty)$ , and  $(q = 2, r = \infty, p = 1)$ .

34. Плещева Е. А. Периодические интерполяционно-ортогональные базисы КМА и всплесков (50 минут)

Plescheva E.A. Periodic interpolation-orthogonal bases of MRA and wavelets (50 minutes)

На основе имеющихся ортогональных масок масштабирующих функций получены маски, позволяющие построить интерполяционные масштабирующие функции, остающиеся при этом ортогональными. При таком построении можно получить бесконечно много интерполяционно-ортогональных базисов кратномасштабного анализа на  $\mathbb{R}$  таких, что преобразование Фурье масштабирующей функции имеет компактный носитель. На основе таких масштабирующих функций получены новые интерполяционно-ортогональные периодические базисы кратномасштабного анализа, которые, благодаря компактности носителя масштабирующей функции, являются тригонометрическими полиномами.

Based on the available orthogonal masks of the scaling functions, masks are obtained that allow one to construct interpolation scaling functions that remain orthogonal. With such a construction, one can obtain infinitely many interpolation-orthogonal bases of multiresolution analysis on  $\mathbb{R}$  such that the Fourier transform of the scaling function has a compact support. Based on such scaling functions, new interpolation-orthogonal periodic bases of multiresolution analysis are obtained, which, due to the compactness of the support of the scaling function, are trigonometric polynomials.

35. Разумовская Е. В. Параметрический метод в теории однолистных функций (30 минут)  
 Razumovskaya E.V. Parametric method in the theory of univalent functions (30 minutes)

В докладе представлены некоторые задачи в классах однолистных функций, решаемые использованием параметрического метода, порожденного уравнением Левнера.

The talk presents some problems in the classes of univalent functions, which are solved using the parametric method generated by the Loewner equation.

36. Ревес С. Д. Сравнение интегралов от неотрицательных и положительно определенных функций по разным мерам (45+45 минут)  
 Соавтор: Гааль М. Г.  
 Révész Sz. G. Comparing integrals of nonnegative and positive definite functions with respect to different measures (45+45 minutes)  
 Coauthor: Gaál M.G.

Эта работа развилась из нашей предыдущей попытки в экстремальной задаче сравнения интегралов от неотрицательных и положительно определенных функций на разных интервалах, скажем, на  $I := [-1, 1]$  и  $J := [-T, T]$ . Мы нашли постоянную  $C(T)$  такую, что интеграл по  $J$  не более чем в  $C(T)$  раз отличается от интеграла по  $I$ . После публикации этого результата выяснилось, что Б. Логан получил такую же оценку за 20 лет до нас. Как ни странно, доказательства были несколько разными, но (сложная) верхняя оценка для  $C(T)$  его и наша совпала. Мы предполагаем, что полученная константа все еще не точна, но это все еще не решено. Теперь мы можем обсудить нашу гипотезу о том, что в принципе наш подход оптимален.

Мы приходим к этому, опираясь на два основных элемента: один из них – это формула двойственности в смысле линейного программирования, которая по своей сути имеет действительные значения, и использование положительной определенности, которая по своей сути является комплекснозначным понятием. Сочетание этих двух причин вызывает некоторые сложности. Далее мы рассматриваем произвольные меры  $\mu$  и  $\nu$  на произвольных локально компактных абелевых группах. Наша цель – показать, при каких условиях существует постоянная  $C$  такая, что интеграл от неотрицательной и положительно определенной функции  $f$  относительно  $\mu$  никогда не может превышать  $C$  интегралов от  $f$  относительно  $\nu$ . Затем мы сделаем дальнейшую конкретизацию, когда борелевские меры  $\mu, \nu$  являются либо чисто атомными, либо абсолютно непрерывными относительно меры Хаара.

This work developed from our previous attempt in the extremal problem of comparing integrals of nonnegative and positive definite functions over different intervals, say on  $I := [-1, 1]$  and  $J := [-T, T]$ . We found a constant  $C(T)$  such that the integral on

$J$  is at most  $C(T)$  times the integral on  $I$ . After publishing this result, it turned out that B.Logan obtained the same estimate some 20 years before us. Oddly enough, the proofs were somewhat different, yet the (complicated) upper estimation for  $C(T)$  of his and ours matched. We conjecture that the obtained constant is still not sharp, but this is still unresolved. What we can discuss now, is a conjecture of ours stating that in principle our approach is optimal.

We arrive at this relying on two major elements, one being a linear programming type duality formula, which is inherently real valued, and the exploitation of positive definiteness, which is an inherently complex valued notion. Combining these two causes some complications. Further, we consider arbitrary measures  $\mu$  and  $\nu$  on arbitrary LCA groups. We aim at telling, under what conditions there exist a constant  $C$  such that the integral of a nonnegative and positive definite function  $f$  with respect to  $\mu$  can never exceed  $C$  times the integral of  $f$  with respect to  $\nu$ . Then we make further specializations when the Borel measures  $\mu, \nu$  are both either purely atomic or absolutely continuous with respect to the Haar measure.

37. Теляковский Д. С. Об условиях Коши–Римана (60 минут)  
Telyakovskii D.S. On Cauchy–Riemann conditions (60 minutes)

Получено достаточное условие голоморфности, в котором ослаблены условия на частные производные, входящие в уравнения Коши–Римана и приведён пример, показывающий, что дальнейшее существенное ослабление невозможно.

A sufficient condition for holomorphy is obtained, in which the conditions on the partial derivatives entering the Cauchy–Riemann equations are weakened and an example is given showing that further essential weakening is impossible.

38. Тимофеев В. Г. Экстремальные неравенства типа Ландау для функций многих переменных и родственные задачи (50 минут) Timofeev V.G. Extremal Landau-type inequalities for functions of several variables and related problems (50 minutes)

В докладе рассматриваются родственные задачи теории приближений: экстремальные неравенства типа Ландау–Колмогорова и связанные с ними задачи наилучшего приближения операторов дифференцирования на некоторых классах функций многих переменных, а также задачи оптимального восстановления операторов дифференцирования, заданных на множествах, элементы которых известны с некоторой погрешностью. Приводятся примеры, в которых решение первой задачи автоматически влечет решение двух других. Обсуждаются некоторые обобщения сформулированных результатов.

The talk considers related problems of approximation theory: extremal inequalities of Landau–Kolmogorov type and related problems of best approximation of differentiation operators on certain classes of functions of several variables, as well as problems of optimal recovery of differentiation operators defined on sets whose elements are known with some error. Examples are given in which the solution of the first problem automatically entails the solution of the other two. Some generalizations of the results formulated are discussed.

39. Филатова М. А. О неравенствах колмогоровского типа для степеней диссипативного оператора в гильбертовом пространстве (15 минут)  
Filatova M.A. On Kolmogorov-type inequalities for degrees of a dissipative operator in a Hilbert space (15 minutes)

Доклад посвящён неравенствам вида  $\|A^k x\| \leq M_{n,k} \|x\|^{\frac{n-k}{n}} \|A^n x\|^{\frac{k}{n}}$ ,  $x \in \mathcal{D}(A^n)$ , связывающим норму значения промежуточной степени диссипативного оператора в гильбертовом пространстве через значение этого оператора и значение его степени старшего порядка ( $1 \leq k \leq n$ ).

The talk is devoted to inequalities of the form  $\|A^k x\| \leq M_{n,k} \|x\|^{\frac{n-k}{n}} \|A^n x\|^{\frac{k}{n}}$ ,  $x \in \mathcal{D}(A^n)$ , estimating the norm of the value of an intermediate degree of a dissipative operator in a Hilbert space via the value of this operator and the value of its degree of higher order ( $1 \leq k \leq n$ ).

40. Черных Н. И. Всплески в краевой задаче Дирихле для односвязной области с гладкой границей на плоскости (50 минут)

Chernykh N.I. Wavelets in a Dirichlet boundary value problem in a simply connected domain with a smooth boundary on the plane (50 minutes)

Разработанный автором ранее численный метод решения с помощью всплесков краевой задачи Дирихле в круге распространён на случай односвязных областей с гладкой границей на плоскости.

The numerical method for wavelet-based solution of a Dirichlet boundary value problem in a circle, developed by the author earlier, is extended to the case of a simply connected domain with a smooth boundary on the plane.

41. Шабозов М. Ш. Среднеквадратическое приближение некоторых классов функций комплексного переменного рядами Фурье в весовом пространстве Бергмана  $B_{2,\gamma}$   
Соавтор: Саидусайнов М. С.

Shabozov M.Sh. Mean-square approximation of some classes of functions of a complex variable by Fourier series in weighted Bergman space  $B_{2,\gamma}$

Coauthor: Saidusainov M.S.

В докладе рассматриваются экстремальные задачи среднеквадратического приближения функций комплексного переменного, регулярных в области  $D \subset \mathbb{C}$ , рядами Фурье по ортогональной в  $D$  системе функций  $\{\varphi_k(z)\}_{k=0}^{\infty}$ , принадлежащих весовому пространству Бергмана  $B_{2,\gamma}$  с конечной нормой

$$\|f\|_{2,\gamma} := \|f\|_{B_{2,\gamma}} = \left( \frac{1}{2\pi} \iint_{(D)} \gamma(|z|) |f(z)|^2 d\sigma \right)^{1/2},$$

где  $\gamma := \gamma(|z|) \geq 0$  – вещественная интегрируемая в области  $D$  функция, а интеграл понимается в смысле Лебега,  $d\sigma := dx dy$  – элемент площади.

Более подробно исследуется сформулированная задача в случае, когда  $D$  – единичный круг в пространстве  $B_{2,\gamma_{\alpha,\beta}}$ ,  $\gamma_{\alpha,\beta} = |z|^\alpha (1 - |z|)^\beta$ ,  $\alpha, \beta > -1$ , – вес Якоби. В этом случае доказаны точные неравенства типа Джексона – Стечкина, связывающие величину наилучшего среднеквадратичного полиномиального приближения  $f \in \mathcal{B}_{2,\gamma_{\alpha,\beta}}^{(r)}$  и  $\mathcal{K}$ -функционала Петре. В случае  $\gamma_{\alpha,\beta} \equiv 1$  получаем ранее известные результаты.

The talk considers extremal problems of mean-square approximation of functions of a complex variable, regular in the domain  $D \subset \mathbb{C}$ , by Fourier series in the system of functions  $\{\varphi_k(z)\}_{k=0}^{\infty}$  orthogonal in  $D$  belonging to the weighted Bergman space  $B_{2,\gamma}$

with finite norm

$$\|f\|_{2,\gamma} := \|f\|_{B_{2,\gamma}} = \left( \frac{1}{2\pi} \iint_{(D)} \gamma(|z|) |f(z)|^2 d\sigma \right)^{1/2},$$

where  $\gamma := \gamma(|z|) \geq 0$  is a real integrable function in the domain  $D$ , and the integral is understood in the Lebesgue sense,  $d\sigma := dx dy$  is an area element.

The formulated problem is investigated in more detail in the case when  $D$  is the unit disc in the space  $B_{2,\gamma_{\alpha,\beta}}$ ,  $\gamma_{\alpha,\beta} = |z|^\alpha (1 - |z|)^\beta$ ,  $\alpha, \beta > -1$ , is the Jacobi weight. In this case, sharp Jackson–Stechkin-type inequalities are proved that relate the value of the best mean-square polynomial approximation of  $f \in \mathcal{B}_{2,\gamma_{\alpha,\beta}}^{(r)}$  and the Petre  $\mathcal{K}$ -functional. In the case  $\gamma_{\alpha,\beta} \equiv 1$ , we get earlier known results.

42. Ямковой Д. А. Интерполяционно-ортогональные всплески в основной краевой задаче для полигармонического уравнения в круге (30 минут)

Yamkovoï D.A. Interpolating-orthogonal wavelets in a Dirichlet boundary value problem for polyharmonic equation in a disk (30 minutes)

Получено точное решение основной краевой задачи для полигармонического уравнения в круге. Решение представлено в виде ряда по системе гармонических интерполяционно-ортогональных всплесков, построенных в серии работ Ю. Н. Субботина и Н. И. Черных.

An exact solution of the main boundary value problem for a polyharmonic equation in a disk is obtained. The solution is presented in the form of a series in the system of harmonic interpolation-orthogonal wavelets constructed in a series of papers by Yu.N.Subbotin and N.I.Chernykh.