ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА
В МАГИСТРАТУРУ

1. Определители N-го порядка. Свойства определителей. Разложение определителя по минорам.
2. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость элементов. Базис и размерность пространства. Размерность суммы пространств (*). Прямая сумма, разложение линейного пространства в прямую сумму одномерных подпространств.
3. Матрицы и действия с ними. Теорема о ранге матрицы. Определитель произведения матриц. Обратная матрица.
4. Системы линейных уравнений. Теорема Крамера (*). Критерий совместности и строение общего решения совместной системы линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений, фундаментальная система решений.
5. Линейные операторы. Размерность ядра и образа линейного оператора (*). Собственные числа и векторы, теорема о связи собственных чисел линейного оператора с корнями его характеристического уравнения.
6. Евклидовы и унитарные пространства. Процесс ортогонализации, ортонормированный базис. Разложение пространства в прямую сумму пространства и его ортогонального дополнения (*).
7. Общая алгебра. Основные алгебраические системы: полугруппы и группы, кольца и поля, решетки. Гомоморфизмы и конгруэнции.
8. Теория пределов. Предел последовательности, его свойства. Верхняя и нижняя грани множества. Лемма о стягивающихся отрезках (*). Лемма о выделении конечного покрытия. Теорема Больцано – Вейерштрасса (*). Предел монотонной функции. Критерий Коши о существовании предела последовательности (*).
9. Непрерывные функции. Различные определения непрерывности функции в точке и их эквивалентность. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции. Теорема Коши о промежуточных значениях (*). Теорема Вейерштрасса о функциях, непрерывных на ограниченном замкнутом множестве (*). Теорема Кантора о равномерной непрерывности (*).
10. Дифференцируемые функции. Теорема Ролля, Лагранжа (*). Правило Лопиталя. Формула Тейлора с остаточным членом. Признаки возрастания и убывания функции. Правило нахождения экстремальных значений функции.
11. Интегральное исчисление. Теорема существования определенного интеграла (*). Интегрируемость ограниченной функции с конечным числом точек разрыва. Теорема о среднем значении интеграла. Формула Ньютона – Лейбница.
12. Функции многих переменных. Полный дифференциал. Достаточные условия дифференцируемости (*). Теоремы существования, непрерывности, дифференцируемости неявной функции.
13. Числовые ряды. Критерий Коши. Признаки сходимости (Даламбера, Коши).
14. Функциональные ряды. Признаки Вейерштрасса о равномерной сходимости ряда (*). Теорема о непрерывности суммы функционального ряда (*). Теорема о почленном дифференцировании функционального ряда (*).
15. Степенные ряды на числовой оси и в комплексной плоскости. Радиус сходимости (*). Бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда (*); ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенные ряды (*).
16. Интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру. Несобственные интегралы, зависящие от параметра, равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости интеграла. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование несобственного интеграла по параметру.
17. Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним (*). Теорема о существовании и единственности решения (*).

18. Линейные дифференциальные уравнения N-го порядка. Теорема об общем решении линейного однородного уравнения (*). Линейное неоднородное уравнение, метод вариации производных постоянных (*). Линейное однородное уравнение с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение, случай простых (*), кратных, комплексных корней. Линейное неоднородное уравнение с постоянными коэффициентами.
19. Системы дифференциальных уравнений. Системы однородных линейных дифференциальных уравнений, фундаментальная система решений (*). Формула Остроградского – Лиувилля (*). Неоднородные системы линейных уравнений, метод вариации произвольных постоянных (*). Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами, случай простых корней (*).
20. Функции комплексного переменного. Дифференцируемость, условия Коши – Римана (*). Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру от аналитической функции (*). Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки аналитической функции (*). Вычеты, теорема Коши о вычетах (*).

Вопросы со звездочкой (*) надо знать с доказательством.

ЛИТЕРАТУРА

Алгебра

1. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. М.: Физматгиз, 1959.
2. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры. М.: Наука. 1975.
3. Кострикин А. И. Введение в алгебру. М.: Наука, 1977.
4. Фаддеев Д. К. Лекции по алгебре. М., 1984.
5. Беллман Р. Введение в теорию матриц. М.: Наука. 1976.

Математический анализ

6. Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х. Математический анализ: Начальный курс. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.
7. Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х. Математический анализ: Продолжение курса. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1987.
8. Никольский С. М. Курс математического анализа: В 2-х тт. М.: Наука, 1990–1991. Т.1, 2.
9. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа: В 3-х тт. М.: Высшая школа, 1988–1989. Т.1–3.
10. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. М.: Наука. 1970. Т.1–3.

Дифференциальные уравнения

11. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Физ.-мат. лит., 1961.
12. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука.
13. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Физ.-мат. лит., 1958.
14. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1965.

Теория функций комплексного переменного

15. Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций. М.: Наука, 1978.
16. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1987.
17. Сидоров Ю. В., Федорюк М. В., Шабунин М. И. Лекции по теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1989.