Курсовые, выпускные, дипломные работы кафедры математического анализа и теории функций 2006–2007 учебный год

д. ф.-м. н. **В. М. Бадков**

1. Рекуррентные соотношения для тригонометрических ортогональных полиномов.
2. Тригонометрические полиномы второго рода.
3. Особенности веса, с которым ортогональны полиномы второго рода.
4. Многочлены, ортогональные на системе интервалов прямой (или дуг окружности).
5. Двусторонние поточечные оценки функции Кристоффеля (для отрезка).
6. Двусторонние поточечные оценки функции Кристоффеля (для окружности).
7. Порядки роста производных от ортогонального многочлена в конечной точке отрезка ортогональности.
8. Порядок наилучшего приближения функции Сегё.
9. Двусторонние поточечные оценки функций Лебега сумм Фурье по ортогональным полиномам.
10. Порядки констант Лебега сумм Фурье по ортогональным полиномам (в весовых пространствах суммируемых со степенью функций).
11. Порядки констант Лебега сумм Фейера по ортогональным полиномам.
12. Аналоги неравенств М. Рисса для сумм Фурье по ортогональным полиномам.
13. Аналоги неравенств Л. Карлесона – Р. Ханта для сумм Фурье по ортогональным полиномам.
14. Расходящиеся ряды по ортогональным полиномам (как контрпримеры к известным достаточным условиям сходимости).
15. Условия сходимости продифференцированного ряда Фурье по ортогональным полиномам.

Все эти темы посвящены ортогональным полиномам. Темы 1 и 7 доступны студентам 2-го курса. Но эти темы (особенно, первая из них) предназначены для кратковременных занятий. Также для кратковременных занятий предназначена тема 2, но для студентов, начиная с 3-го курса. Остальные темы предлагаются студентам, начиная с 3-го курса. По ним можно писать курсовую работу, а затем, продолжив исследования, — дипломную, магистерскую и кандидатскую работы.

д. ф.-м. н. **Н. В. Величко**

1. Условие Суслина для пространств непрерывных функций в компактно-открытой топологии (*4 курс МТ*).
2. Уплотнения на компакте (*4 курс МТ*).

д. ф.-м. н. **А. Р. Данилин**

2-*й курс:*

1. Функции от матриц и обыкновенные дифференциальные уравнения.
2. Асимптотические ряды и трансцендентные уравнения.

3-*й курс:*

1. Метод Лапласа в многомерном случае.
2. Метод перевала.
3. Асимптотика при больших значениях времени решений ОДУ.
4. Асимптотика по малому параметру решений ОДУ, зависящих от малого параметра.

д. ф.-м. н. **П. С. Мартышко**

1. Описание классов плотностей, порождающих нулевой гравитационный потенциал.
2. Исследование вопросов разрешимости обратных задач в конечном виде.
3. Алгоритмы решения операторных уравнений 1-го рода вблизи первого собственного значения.

д. ф.-м. н. **И. В. Мельникова**

3–4 *курс:*

1. Как регуляризовать расходящиеся интегралы? Какие интегралы можно регуляризовать с помощью теории обобщенных функций и какие нельзя? Почему? Примеры.
   Литература.
   Гельфанд И. М., Шилов Г. Е. Обобщенные функции, вып.1. М.: Физматгиз, 1958.
2. Как задавать и решать дифференциальные уравнения, в которых “негладкая неоднородность” играет роль случайной помехи.

3. Реферативная работа — разобраться с решением задач об оптимальном останове.
   Примеры таких задач:
   a) когда самое подходящее время продавать акции (валюту, недвижимость)
   b) выбор оптимального поведения на викторине,
   c) проблема выбора невесты (жениха).
   Литература.
   Оксендал Б. Стохастические дифференциальные уравнения. М.: Мир, 2004.

Выпускные работы — магистерские диссертации

1. Дифференциальные уравнения в банаховых пространствах. Классические и обобщенные решения. Условия разрешимости. Примеры.
2. Построение регуляризующих алгоритмов некорректных краевых задач методами теории полугрупп, методами интегральных преобразований и методами теории некорректных задач.
   Литература.
   1. Иванов В. К., Мельникова И. В., Филинков А. И. Дифференциально-операторные уравнения и некорректные задач. М.: Наука, 1995.
   2. Melnikova I.V., Filinkov A.I. The Cauchy problem. Three approaches Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics, **120**, London, New York, Washington: **CRC**, 2001.
3. Постановка и реализация численных экспериментов для задач по предложенным выше темам.

Дипломные работы

1. Методическая разработка курса "Прикладные проблемы анализа".
2. Решение дифференциальных задач со случайными погрешностями: построение "классических", обобщенных и приближенных решений.

д. ф.-м. н. **Ю. Н. Субботин**

1. Константы Лебега для интерполяционных L-сплайнов (3 курс).
2. Применение полиномиальных сплайнов в задачах прогноза (магистерская диссертация).

д. ф.-м. н. **В. Т. Шевалдин**

1. Неравенство Джексона–Стечкина с тригонометрическим и другими модулями непрерывности в пространтсве C. Оценки точных констант в таких неравенствах.
2. Локальные формосохраняющие сплайны.
3. Восстановление функций по дискретной информации методами бинарного пополнения.

д. ф.-м. н. **А. Г. Бабенко**

1. Неравенство Джексона в L^2 с тригонометрическим модулем непрерывности.
2. Неравенство Джексона в L^2 с модулем непрерывности, аннулирующим ядро дифференциального оператора первого порядка.
3. Экстремальная задача для косинус-полиномов с неотрицательными коэффициентами, неположительных на части периода.
   Литература.
   1. Черных Н. И. О неравенстве Джексона в L_2 // Труды МИАН СССР, 1967. Т. 88. С. 71–74.
   2. Черных Н. И. О наилучшем приближении периодических функций тригонометрическими полиномами в L_2 // Матем. заметки, 1967. Т. 2. Вып. 5. С. 513–522.
   3. Бабенко А. Г., Черных Н. И., Шевалдин В. Т. Неравенство Джексона–Стечкина в L^2 с тригонометрическим модулем непрерывности // Матем. заметки, 1999. Т. 65, вып. 6. С. 928–932.

к. ф.-м. н. **Н. Ю. Антонов**

1. Задача о соотношении класса непрерывных функций ограниченной вариации на отрезке и класса Липшица на отрезке (имеет ли место вложение какого-нибудь из этих классов в другой?). В дальнейшем предполагается рассматривать более общую задачу о соотношении классов $\mathrm{Lip}\,\alpha$ и классов обобщенной ограниченной вариации, а также классов Ватермана.
2. Задача косинусов (задача Човлы). Найти
$$M_n = \sup_{k_1<k_2<\ldots<k_n} \min_{x\in[0,2\pi)} \sum_{j=1}^{n} \cos k_j x.$$
   Задача была поставлена в 1949 году. К настоящему времени известны порядковые оценки сверху и снизу констант M_n. Предлагается найти точное значение константы M_2 (а, может быть, и M_3), а также разобрать доказательство оценки снизу (построение примеров).
3. Получение многомерных аналогов теоремы Коши о промежуточных значениях и теоремы Дарбу о промежуточных значениях производной.

к. ф.-м. н. **У. А. Ануфриева**

1. Исследование задачи Коши для систем дифференциальных уравнений в пространствах обобщенных функций.
2. Задачи наблюдаемости и управления для систем с запаздыванием нейтрального и гибридного типов.

к. ф.-м. н. **С. Н. Васильев**

1. Обратная задача фрактальной интерполяции. Поиск и подбор параметров для создания множества или функции по имеющемуся фрактальному множеству. Предполагается разработка и реализация алгоритма на компьютере.
2. Подбор оптимального веса в неравенстве Джексона. Необходимо построить неотрицательную функцию, имеющую заданные свойства. Например, построить такую неотрицательную $\nu(t)$, чтобы неравенство
$$\int_0^\pi \sin^4(kt)\nu(t)dt > \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \sin^4(kt)dt\int_0^\pi \nu(t)dt$$
выполнялось при всех $k > k_0$. Предполагается изучить имеющиеся методы построения функций с такими свойствами и построить вес, улучшающий имеющийся результат в частных случаях. Возможна как теоретическая разработка, так и компьютерная реализация.
3. Построить (или доказать, что невозможно построить) неотрицательную функцию $g(x)$ такую, что функция
$$f(x) = \int\limits_{x^2+y^2\le 1} g(x^2+y^2)dy$$
имеет положительную производную в точке 0. Задача имеет приложение к доказательству неравенства Джексона.

к. ф.-м. н. **П. Ю. Глазырина**

2–3 *курс:*

1. Задача о точной константе в неравенстве типа Турана $\|P\|_0 \le C(n)\|P'\|_0$ на множестве многочленов степени точно n, все нули которых принадлежат промежутку $[-1, 1]$.
Литература.
1. Харди Г. Г., Литтлвуд Дж. Е., Полиа Г. Неравенства. Перев. с англ.-М.: ИЛ, 1948.
2. Беккенбах Э., Беллман Р. Неравенства. М., Наука, 1965.
2. Многочлены Чебышева первого и второго рода, их экстремальные свойства. Продолжение работы — применение многочленов Чебышева к исследованию точных констант в некоторых классических неравенствах между средним многочлена на отрезке и его производной. Возможна теоретическая работа или вычислительный эксперимент.
Литература.
Суетин П. К. Классические ортогональные многочлены. М.: Наука. 1979.
3. Интегралы и производные дробного порядка. Неравенство Маркова $\|P^{(\alpha)}\|_0 \le C(n)\|P\|_0$ на множестве алгебраических многочленов для производных дробного порядка.
Литература.
Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987.

к. ф.-м. н. **К. Н. Гурьянова**

1. О некоторых методах, ускоряющих сходимость рядов. Использование их при численном решении обратных задач геофизики (2, 3 курс).
2. Подбор и оформление тестовых заданий по математическому анализу с указаниями и решениями в электронном виде с HTML-ссылками (2-3 курс; КН, МТ).
3. Суммирование асимптотических степенных и интерполяционных рядов: доказательство теоремы Ватсона для степенного ряда (реферат по книге Г. Харди «Расходящиеся ряды»); получение некоторых аналогов теоремы Ватсона для интерполяционных рядов (выпускная или дипломная для МТ).
4. Составление электронных страниц учебника по истории математики и компьютерных наук (руководство совместно с центром компьютерных технологий): расширить содержание уже частично составленного учебника. К уже созданному инструментарию добавить тесты (2, 3 курс; выпускная, дипломная; для КН и МТ).

к. ф.-м. н. **Ю. Д. Козлов**

1. Экстремум функции нескольких переменных
   а) задача Гюйгенса (МХ-2)
   б) условный экстремум (МТ-2).
2. Оптимизация процесса шлифования (МТ-2).
3. Несобственные интегралы. Интегрально-показательная функция (2 курс).
4. Применение рядов Фурье для исследования существования периодических решений дифференциальных уравнений (2 курс).
5. Исследование спектра оператора монодромии дифференциального уравнения с условно-периодическим коэффициентом (3 курс).

к. ф.-м. н. **Л. Ф. Коркина**

1. Дробные степени операторов (3 курс).
2. Некоторые задачи по теории поля (2 курс).

к. ф.-м. н. **А. В. Макаров**

1. Кратные несобственные интегралы. Критерий интегрируемости для $f(x) \geq 0$ (2курс).
   Литература.
   Зорич В. А. Математический анализ.
2. Эйлеровы интегралы. Доказательство основных формул (2 курс).
   Литература.
   Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления.
3. Перестановки порядка интегрирования в случае, когда оба интеграла несобственные (2курс).
4. Интеграл Лебега, исходя из ступенчатых функций (2 курс).
   Литература.
   Карташев А. П., Рождественский М. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления.
5. Обобщенные функции (2 курс).
   Литература.
   Шабунин М. И., Тер-Крикоров А. М. Курс математического анализа.
6. Преобразования Лапласа. Решение дифференциальных уравнений (3 курс).
7. Вычисление некоторых интегралов переходом в комплексную область (3курс).
8. Рисунки для математических объектов в CorelDraw и внедрение их в систему TeX (3 курс).

к. ф.-м. н. **А. В. Маринов**

1. Известно, что сплайн заданной степени n с заданными k узлами на отрезке [a, b], наилучшим образом приближающий непрерывную функцию $f \in C[a,b]$, вообще говоря, неединственен. Большое число работ посвящено вопросу существования однозначных селекторов оператора наилучшего приближения, обладающих теми или иными "хорошими" свойствами. Например, установлено, что при $k \leq n-1$ оператор наилучшего приближения является поточечно липшицевым, т. е. получена лишь наиболее слабая форма липшицевости. Нельзя ли ее усилить? Аналогичный вопрос можно поставить в случае аппроксимации слабо чебышевскими подпространствами.

2. Проекция на замкнутое выпуклое множество в евклидовом или, более обще, в гильбертовом пространстве L_2 единственна и удовлетворяет условию Липшица на всем пространстве. Этот почти очевидный результат имеет гораздо более слабый аналог в пространствах L_p — локальную липшицевость при аппроксимации подпространствами. Хотелось бы "подтянуть" его до уровня L_2, по крайней мере, при p, близких к 2.

3. При решении задач линейного программирования иногда возникает необходимость в прореживании системы ограничений. Оценить, насколько это может повлиять на оптимальный план и оптимальное значение целевой функции, в том числе и при дополнительных предположениях относительно структуры системы ограничений. Естественно, решение задачи потребует численных экспериментов.

к. ф.-м. н. **В. И. Новак**

1. Составление тестовых заданий по курсу математического анализа для студентов физического факультета.
2. Разработка методического пособия по теме кратные и поверхностные интегралы с использованием компьютерной графики.
3. Разработка приложения для работы с базой данных выпускников с использованием Visual FoxPro 6.0-9.0 и MS SQL Server 2000–2005.
4. Разработка WEB-интерфейса для доступа к базам данных.

к. ф.-м. н. **С. И. Новиков**

1. *Экстремальная интерполяция с минимальным значением нормы оператора Лапласа в полуплоскости на классе последовательностей.* На классе ограниченных по $l_p(\mathbb{Z}^2)$-норме интерполируемых последовательностей исследуется интерполяция с минимальным значением L_p-нормы оператора Лапласа на интерполянте в верхней полуплоскости. Работа предполагает предварительное ознакомление с элементами теории сплайнов, включая B-сплайны и их основные свойства, последующее проведение расчетов в MAPLE с использованием B-сплайнов (выпускная работа).
2. *Модифицированная проблема экстремальной интерполяции с минимальным значением нормы линейного дифференциального оператора с постоянными коэффициентами на классе дифференцируемых периодических функций одной переменной.* Работа теоретического характера, предполагает предварительное ознакомление с теорией L-сплайнов, определяемых линейными дифференциальными операторами с постоянными коэффициентами.
3. *Исследования свойств L-сплайнов, соответствующих некоторым линейным дифференциальным операторам с переменными коэффициентами, имеющим особенности.* Работа теоретического характера, возможно использование MAPLE для проведения расчетов со сложными аналитическими выражениями.

к. ф.-м. н. **А. В. Осипов**

1. Исследование топологий, обладающих регулярной (вполне регулярной) аксиомой отделимости (2, 3 курс МТ).
2. Исследование свойств пространства непрерывных функций в множественно-открытой топологии (3 курс МТ).

к. ф.-м. н. **Е. В. Ошман**

Квазиравномерная и равномерная сходимости непрерывных функций на отрезке и открытом интервале (2 курс).

к. ф.-м. н. **В. Г. Панов**

1. Привести пример гомеоморфных, но не диффеоморфных многообразий (класса C^∞ или C^k — на выбор) (3 курс).
2. Пусть $G \subset \mathbb{R}^n$ — открытое множество, $f : G \to \mathbb{R}^n$ — непрерывно дифференцируемое отображение, $F := \{x \in G|\ \det f'(x) = 0\}$ — множество критических точек отображения $f(x)$. Доказать, что $f(F)$ имеет меру нуль (вариант теоремы Сарда) (3 курс).
3. Дифференциальные формы, операторы внешнего дифференцирования и внутреннего умножения на многообразиях, производные Ли. Основные свойства, связи между ними (2 курс).

   Доказать, что если M — некомпактное многообразие, то на нем существует векторное поле, которое не является производной какой-либо однопараметрической группы преобразований на M (2-3 курс).
4. Свойства ультраметрических (неархимедовых) пространств. p-адическая норма в $\mathbb{Q}$ (2 курс).
5. Топологические свойства $\mathbb{Q}_p$-пополнения относительно p-адической нормы (2 курс).
6. Сходимость рядов в поле $\mathbb{Q}_p$ (2 курс).
7. Элементарные функции в поле $\mathbb{Q}_p$ (2 курс).

к. ф.-м. н. **М. А. Рекант**

1. Вопросы интегрируемости по Риману (2 курс).
2. Множества типа F_σ и G_δ. Характеристика множества точек разрыва. Теорема Бэра (2 курс).
3. Функции от операторов (3–4 курс).

к. ф.-м. н. **С. А. Рогожин**

Методика среднего уровня для оценки качества образования в вузе (дипломная работа).

В. В. Бояршинов

1. Исследование несобственных интегралов (МТ, КН – 2, 3 курс).
2. Вычисление сумм рядов (МТ, КН – 2 курс).

А. Н. Борбунов, М. В. Дейкалова

Модернизация сайта кафедры (для КН).

д. ф.-м. н. **В. В. Арестов; А. Н. Борбунов, М. В. Дейкалова**

Создание электронной библиотеки с web-интерфейсом (для КН).

д. ф.-м. н. **В. В. Арестов**

Курсовые для 2–3 курсов. Выпускные и дипломные работы.

I. Одна экстремальная задача для алгебраических многочленов на отрезке.

Наименьшее значение меры множества положительности алгебраических многочленов с нулевым взвешенным средним значением на отрезке в предположении, что мера определяется еще одним весом.

Более точная формулировка задачи. Пусть φ и h есть две неотрицательные интегрируемые (по Лебегу, Риману, или даже просто непрерывные) функции на отрезке $[-1,1]$; будем называть эти функции весами. Обозначим через $\mathcal{P}_n^0(h)$ множество алгебраических многочленов порядка n с нулевым средним (с весом h) значением на отрезке $[-1,1]$:

$$\int_{-1}^{1} h(x)P_n(x)dx = 0.$$

Для многочлена $P_n \in \mathcal{P}_n^0(h)$ рассмотрим его множество неотрицательности

$$E = E(P_n) = \{x \in [-1,1] : P_n(x) \geq 0\}.$$

Положим

$$M(P_n) = \int_{E(P_n)} \varphi(x)dx;$$

если $\varphi(x) \equiv 1$, то последняя величина есть классическая мера Лебега (Жордана) множества $E(P_n)$. Нас интересует величина

$$I_n(\varphi,h) = \inf\{M(P_n) : P_n \in \mathcal{P}_n^0(h)\}.$$

Задача состоит в вычислении величины $I_n(\varphi,h)$ для конкретных весов φ, h. Например, для $\varphi(x) = 1-x^2,\ h(x) = 1$ и малых значений n.

Литература.

1. Арестов В. В., Раевская В. Ю. Одна экстремальная задача для алгебраических многочленов с нулевым средним значением на отрезке // Матем. заметки, 1997. Т.62, вып.3. С.332–342.

II. Некоторые экстремальные задачи для тригонометрических полиномов, возникающие в теории приближения функций.

Пусть $\mathcal{T}_n$ есть множество тригонометрических полиномов степени n

$$T_n(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n}(a_k \cos kt + b_k \sin kt)$$

с вещественными коэффициентами.

1) Пусть $\phi(u)$ есть неубывающая функция на полуоси $I = (0,\infty)$. Задача состоит в том, чтобы найти или оценить сверху и снизу для любого или хотя бы для малых значений $n \geq 1$ наименьшую константу $c(n) = c(n,\phi)$ неравенстве

$$\int_0^{2\pi} \phi(|T_n'(t)|)dt \leq c(n,\phi)\int_0^{2\pi} \phi(|nT_n(t)|)dt, \quad T_n \in \mathcal{T}_n,$$

где $\mathcal{T}_n$ есть множество всех тригонометрических многочленов порядка n. Константа будет зависеть от функции ϕ. Рассмотреть конкретную функцию

$$\phi(u) = \frac{u}{1+u}.$$

2) Вычислить или оценить сверху и снизу наименьшую константу A_n в “слабом” неравенстве Бернштейна

$$\mathrm{mes}\,\{\mathrm{t} \in [0,2\pi] :\ |\mathrm{T}_n'(\mathrm{t})| \geq 1\} \leq \mathrm{A_n} \cdot \mathrm{mes}\,\{\mathrm{t} \in [0,2\pi] :\ \mathrm{n}|\mathrm{T_n}(\mathrm{t})| \geq 1\}$$

на классе всех тригонометрических многочленов $T_n \in \mathcal{T}_n$ порядка n со свойством

$$\|T_n\|_C = \max\{|T_n(t)| :\ t \in [0,2\pi]\} > 1.$$

Первая и вторая задачи взаимосвязаны. А именно, $A_n = c(n,\phi^*)$ для конкретной функции $\phi^*(u) = 0,\ u < 1$ и $\phi^*(u) = 1,\ u \geq 1$. Более того $A_n = c(n,\phi^*) = \sup\{c(n,\phi) :\ \phi\}$.

3) При фиксированном $n \geq 1$ найти функцию $\sigma_n(y)$ переменного $y \geq 0$, которая определяется формулой

$$\sigma_n(y) = \inf\{\mu(y,T_{n-1}) :\ T_{n-1}\},$$

$$\mu(y,T_{n-1}) = \mathrm{mes}\,\{\mathrm{t} \in [0,2\pi] :\ |\mathrm{y} \cdot \cos \mathrm{nt} - \mathrm{T_{n-1}}(\mathrm{t})| \geq 1\}.$$

Литература.

1. Даугавет И. К. Введение в теорию приближения функций. Изд-во ЛГУ, Ленинград, 1977.

2. Полиа Г., Сеге Г. Задачи и теоремы из анализа. Т. 2. (Отдел VI. Полиномы, тригонометрические полиномы).

3. Зигмунд А. Тригонометрические ряды. Т. 2. Гл. X.

III. Экстремальные задачи для периодических функций с ограничениями на значения функций и коэффициенты Фурье.

Пусть $\{R_k\}_{k=0}^{\infty}$ есть последовательность периодических, непрерывных на всей оси функций. Пусть, далее, $\mathcal{F}_n$ есть множество непрерывных периодических функций вида

$$f(t) = \sum_{k=n}^{\infty} x_k R_k(t),$$

где $x = \{x_k\}_{k=n}^{\infty}$ суммируемая последовательность, неотрицательных вещественных чисел: $x_k \geq 0, \ k \geq n, \ \sum_{k=n}^{\infty} x_k < \infty$. Задача состоит в исследовании наилучшей константы $K_n(\tau)$ в неравенстве

$$\sum_{k=n}^{\infty} x_k \leq K_n(\tau) \sup \left\{ f(t) = \sum_{k=n}^{\infty} x_k R_k(t) : \ 0 \leq t \leq \tau \right\}$$

на классе всех функций $f \in \mathcal{F}_n$.

Н. И. Черных при исследовании точной константы в неравенстве Джексона в пространстве L_2 решил эту задачу для системы функций $R_k(t) = 1 - \cos t$ при $\tau = \frac{\pi}{n}$.

Предлагается рассмотреть две важные для теории приближения функций системы

$$R_k(t) = |\sin t|, \quad R_k(t) = 1 - \frac{\sin(k+1)t}{(k+1)\sin t}.$$

IV. Наилучшее приближение операторов дифференцирования ограниченными линейными операторами на классах функций одного и нескольких переменных и родственные экстремальные задачи.

Наилучшее приближение оператора Лапласа ограниченными линейными операторами на классах гладких функций нескольких переменных.

Литература.

1. Стечкин С. Б. Наилучшее приближение линейных операторов. Матем. заметки, 1967. Т.1, №2. С. 137–148.

2. Арестов В. В. Приближение неограниченных операторов ограниченными и родственные экстремальные задачи // Успехи матем. наук. 1996. Т. 51, вып. 6. С. 89–124.

V. Упаковки, покрытия множеств, контактные числа пространств.

Контактным числом евклидова пространства $\mathbf{R}^m = \mathbf{R}_2^m, \ m \geq 2$, называют максимальное число шаров единичного радиуса с непересекающимися внутренностями, касающихся единичного шара пространства. Обозначим это число через τ_m. Задача исследования контактных чисел имеет большую историю. В настоящее время точное значение τ_m известно лишь при $m = 2, 3, 8, 24$, а именно, $\tau_2 = 6, \ \tau_3 = 12, \ \tau_4 = 24, \ \tau_8 = 240, \ \tau_{24} = 196560$; в остальных случаях вопрос о точных значениях τ_m открыт. Для произвольных значений m известны оценки снизу и сверху константы τ_m. Тематика связана с большой математикой – геометрией, алгеброй (точнее, теорией групп), вещественным и комплексным анализом.

В последнее время в этой тематике появился новый подход, принадлежащий О.Мусину. В работе предполагается изучить метод О.Мусина и применить его для оценки контактных чисел или, более обще, мощности сферических кодов.

Литература.

1. Конвей Дж., Слоэн Н. Упаковки шаров, решетки и группы. Т. 1, 2. М.: Мир, 1990.

2. Тот Л.Ф. Расположения на плоскости, на сфере и в пространстве. М.: ГИФМЛ, 1958.

VI. Фрактальный метод сжатия изображений.