Курсовые, выпускные работы, магистерские диссертации кафедры математического анализа и теории функций 2014–2015 учебный год

профессор **В. В. Арестов**

Курсовые работы для 2 курса

1. Мера Жордана в $\mathbb{R}^m$, $m \geqslant 2$. Плоский и кратный интегралы Римана.
   Литература. 1. Никольский С.М. Курс математического анализа: в 2 тт. М.: Наука, 1990–1991. Т.1. 528 с. Т.2. 544 с. (и любое более позднее издание).
   2. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа: в 3 тт. М.: Высшая школа, 1988–1999. Т. 1–3 (и любое издание с 1981 г.).

2. Несобственные интегралы. Интеграл Эйлера.

3. Γ и B-функции Эйлера.
   Литература. 1. В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Бл.Сендов. Математический анализ. Продолжение курса (Т.2). М.: Изд-во МГУ, 1987, гл. 1, § 6, п. 3.
   2. Г.М.Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2. М.: Наука, 1966 (и любое более позднее издание), 1) гл. XI, § 408; 2) гл. XIV.

Курсовые для 3 курса и выпускные работы бакалавров

1. Экстремальные задачи для тригонометрических полиномов
   1-1. Пусть $\mathfrak{F}_n$ есть множество тригонометрических полиномов

$$f_n(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} (a_k \cos kt + b_k \sin kt)$$

порядка (не выше) n с вещественными коэффициентами. На множестве $\mathfrak{F}_n$ рассматривается семейство функционалов $\|\cdot\|_p$, $0 \leqslant p \leqslant \infty$, определенных формулами

$$\|f_n\|_\infty = \|f_n\|_{C_{2\pi}} = \max\{|f_n(t)| : \ t \in \mathbb{R}\}, \quad p = \infty;$$

$$\|f_n\|_p = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |f_n(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}}, \quad 0 < p < \infty;$$

$$\|f_n\|_0 = \exp\left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln|f_n(t)| dt \right), \quad p = 0.$$

Задача состоит в изучении наилучшей константы в неравенстве

$$\|f_n^{(r)}\|_p \leqslant A_n(r,p,q) \|f_n\|_q, \quad f_n \in \mathfrak{F}_n,$$

для различных пар значений параметров $0 \leqslant p, q \leqslant \infty$. Один из вариантов задачи: изучение наилучшей константы в неравенстве

$$\|f_n'\|_0 \leqslant A_n(q) \ \|f_n\|_q, \quad f_n \in \mathfrak{F}_n.$$

при различных значениях $q,\ 0 < q \leqslant \infty$.

Литература. 1. Арестов В.В. Об интегральных неравенствах для тригонометрических полиномов и их производных // Изв. АН СССР. Сер. мат. 1981. Т. 45, № 1. С.3–22.

2. Арестов В.В., Глазырина П.Ю. Интегральные неравенства для алгебраических и тригонометрических полиномов // Доклады Академии наук. 2012. Т. 422, № 6. С. 727–731.

1-2. Точные неравенства для дробных производных тригонометрических полиномов (2–3 работы)

Литература. 1. Зигмунд А. Тригонометрические ряды. Т. 2. М.: Мир, 1965.

2. Kozko A.I. The exact constants in the Bernstein–Zygmund–Szegö inequalities with fracrional derivatives and the Jackson–Nikolskii inequalitiy for trigonometric polynomials, East J. Approx. 4 (3), 391–416 (1998).

3. Arestov V.V., Glazyrina P. Yu. Sharp integral inequalities for fractional derivatives of trigonometric polynomials // Journal of Approximation Theory. 164 (11), 1501–1512 (2012).

3. Экстремальные свойства тригонометрических полиномов относительно неклассических функционалов

1) Пусть $\phi(u)$ есть неубывающая функция на полуоси $I = (0, \infty)$. Задача состоит в том, чтобы найти или оценить сверху и снизу для любого, или хотя бы для малых значений, $n \geqslant 1$ наименьшую константу $c(n) = c(n, \phi)$ в неравенстве

$$\int_0^{2\pi} \phi(|f_n'(t)|)dt \leqslant c(n, \phi) \int_0^{2\pi} \phi(|nf_n(t)|)dt, \quad f_n \in \mathfrak{F}_n,$$

на множестве $\mathfrak{F}_n$ всех тригонометрических полиномов степени n с вещественными коэффициентами. Константа будет зависеть от функции ϕ. Рассмотреть конкретную функцию

$$\phi(u) = \frac{u}{1+u}.$$

2) Вычислить или оценить сверху и снизу наименьшую константу A_n в «слабом» неравенстве Бернштейна

$$\mathrm{mes}\,\{\mathrm{t} \in [0, 2\pi] :\ |\mathrm{f}_\mathrm{n}'(\mathrm{t})| \geqslant 1\} \leqslant$$

$$A_n \cdot \mathrm{mes}\,\{\mathrm{t} \in [0, 2\pi] :\ \mathrm{n}|\mathrm{f}_\mathrm{n}(\mathrm{t})| \geqslant 1\}$$

на классе всех тригонометрических многочленов $f_n \in \mathfrak{F}_n$ порядка n со свойством

$$\|f_n\|_C = \max\{|f_n(t)| :\ t \in [0, 2\pi]\} > 1.$$

Первая и вторая задачи взаимосвязаны. А именно, $A_n = c(n, \phi^*)$ для конкретной функции $\phi^*(u) = 0,\ u < 1$ и $\phi^*(u) = 1,\ u \geqslant 1$. Более того, $A_n = c(n, \phi^*) = \sup\{c(n, \phi) :\ \phi\}$.

Литература. 1. Зигмунд А. Тригонометрические ряды. Т. 2. М.: Мир, 1965.
2. Даугавет И. К. Введение в теорию приближения функций. Л.: Изд-во ЛГУ, 1977.
3. Зингер М. Я. Элементы дифференциальной теории чебышевских приближений. М.: Наука, 1975.
4. Полиа Г., Сеге Г. Задачи и теоремы из анализа. Т. 2. (Отдел VI. Полиномы, тригонометрические полиномы).
5. Arestov V.V., Mendelev A.C. Trigonometric polynomials of least deviation from zero in measure and related problems, J. Approx. Theory 162 (10), 1852–1878 (2010).

2. Экстремальные задачи для тригонометрических полиномов с равномерными и односторонними ограничениями

2-1. Пусть C_n есть множество четных тригонометрических полиномов

$$f_n(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} a_k \cos kt$$

порядка (не выше) n с вещественными коэффициентами. Предлагаются задачи вычисления величин

$$\alpha_k(n) = \max\{a_k :\ |f_n(t)| \leqslant 1,\ t \in [0,\pi]\},$$

$$\alpha_k^+(n) = \max\{a_k :\ f_n(t) \leqslant 1,\ t \in [0,\pi]\}$$

для значений $0 \leqslant k \leqslant n$.

2-2. Пусть S_n есть множество нечетных тригонометрических полиномов

$$g_n(t) = \sum_{k=1}^{n} b_k \sin kt$$

порядка (не выше) n с вещественными коэффициентами. Предлагаются задачи вычисления величин

$$\beta_k(n) = \max\{b_k :\ |g_n(t)| \leqslant 1,\ t \in [0,\pi]\},$$

$$\beta_k^+(n) = \max\{b_k :\ g_n(t) \leqslant 1,\ t \in [0,\pi]\}$$

для значений $1 \leqslant k \leqslant n$.

Литература. 1. Зигмунд А. Тригонометрические ряды. Т. 2. М.: Мир, 1965.
2. Даугавет И. К. Введение в теорию приближения функций. Л.: Изд-во ЛГУ, 1977.
3. Полиа Г., Сеге Г. Задачи и теоремы из анализа. Т. 2. М.: Наука, 1978.

3. Наилучшее приближение оператора дифференцирования на классах гладких функций одного и нескольких переменных и соответствующее неравенство Колмогорова. В частности, наилучшее приближение оператора $\partial^2 f/\partial x \partial y$ смешанного дифференцирования функции двух переменных на классе $W^n(A, B)$ функций, у которых частная производная порядка $n \geqslant 4$ по переменной x ограничена числом A, а по

переменной y – числом B. При $n = 3$ последняя задача решена (В.Н.Коновалов, А.П.Буслаев, О.А.Тимошин)

Литература. 1. Арестов В. В. Приближение неограниченных операторов ограниченными и родственные экстремальные задачи // Успехи матем. наук. 1996. Т. 51, вып. 6. С. 89–124.

2. Коновалов В.Н. Точные неравенства для норм функций, третьих частных, вторых смешанных или косых производных // Матем. заметки. 1978. Т.23, вып.1. С.67–78.

3. Буслаев А.П. О приближении оператора дифференцирования // Матем. заметки. 1981. Т.29, вып.5. С.731–742.

4. Тимошин О.А. Наилучшее приближение оператора второй смешанной производной в метриках L и C на плоскости // Матем. заметки. 1984. Т.36, вып.3. С.369–375.

Магистерские диссертации

1. Наилучшее приближение оператора дробного дифференцирования на полупрямой и соответствующее неравенство Колмогорова для дробных производных.
   Литература. 1. Arestov V.V. Inequalities for fractional derivatives on the half-line // Approx. Theory. Warsaw: PWN-Pol. Sci. Publ., 1979. P. 19–34. (Banach Center Publ.; Vol. 4).
   2. Арестов В. В. Приближение неограниченных операторов ограниченными и родственные экстремальные задачи // Успехи матем. наук. 1996. Т. 51, вып. 6. С. 89–124.

2. Экстремальные задачи для периодических функций с ограничениями на значения функций и коэффициенты Фурье. Пусть $\{R_k\}_{k=0}^{\infty}$ есть последовательность периодических, непрерывных на всей оси функций. Пусть, далее, $\mathcal{F}_n$ есть множество непрерывных периодических функций вида $f(t) = \sum\limits_{k=n}^{\infty} x_k R_k(t)$, где $x = \{x_k\}_{k=n}^{\infty}$ – суммируемая последовательность неотрицательных вещественных чисел: $x_k \geqslant 0,\ k \geqslant n,\ \sum\limits_{k=n}^{\infty} x_k < \infty$. Задача состоит в исследовании наилучшей константы $K_n(\tau)$ в неравенстве
   $$\sum_{k=n}^{\infty} x_k \leqslant K_n(\tau) \sup\left\{ f(t) = \sum_{k=n}^{\infty} x_k R_k(t) :\ 0 \leqslant t \leqslant \tau \right\}$$
   на классе всех функций $f \in \mathcal{F}_n$. Н.И.Черных при исследовании точной константы в неравенстве Джексона в пространстве L_2 решил эту задачу для системы функций $R_k(t) = 1 - \cos t$ при $\tau = \pi/n$. Предлагается рассмотреть две важные для теории приближения функций системы
   $$R_k(t) = |\sin t|, \quad R_k(t) = 1 - \frac{\sin(k+1)t}{(k+1)\sin t}.$$
   Литература. 1. Черных Н.И. О наилучшем приближении периодических функций тригонометрическими полиномами в L_2 // Матем. заметки, 1967. Т. 2. Вып. 5.

С. 513–522.
2. Васильев С.Н. Неравенство Джексона–Стечкина в $L_2[-\pi, \pi]$ // Тр. ин-та математики и механики УрО РАН, 2001. Т. 7, № 1. С. 75–84.

4. Сферические коды с экстремальными свойствами (контактные числа евклидовых пространств, задача о диктаторах на сфере, задача Томпсона о минимуме энергии заданного количества зарядов и др.). По этой тематике на кафедре работает научный семинар «Сферические коды».

   Литература. 1. Конвей Дж., Слоэн Н. Упаковки шаров, решетки и группы. Т. 1, 2. М.: Мир, 1990.
   2. Тот Л.Ф. Расположения на плоскости, на сфере и в пространстве. М.: ГИФМЛ, 1958.
   3. Арестов В.В., Бабенко А.Г. О схеме Дельсарта оценки контактных чисел // Тр. Мат. ин-та им. В.А.Стеклова РАН. 1997. Т. 219: Теория приближений. Гармонический анализ. С. 44–73.
   4. Куклин Н.А. Метод Дельсарта в задаче о контактных числах пространств больших размерностей // Тр. Ин-та мат. мех. УрО РАН. 2012. Т. 18, № 4.

д. ф.-м. н. **Н. Ю. Антонов**

1. Многомерные аналоги теоремы Коши о промежуточных значениях и теоремы Дарбу о промежуточных значениях производной (2 курс).
2. Задача о соотношении классов Lipα и классов функций обобщенной ограниченной вариации (2 курс).
3. Теорема Брауэра о неподвижной точке и ее обобщения (2 курс).
4. Различные виды сходимости кратных числовых рядов (2 курс).
5. Поточечные (равномерные) оценки скорости роста частичных сумм тригонометрических рядов Фурье (3 курс).

д. ф.-м. н. **А. Р. Данилин**

1. Свойства матричной экспоненты, матричных синуса и сосинуса и обыкновенные дифференциальные уравнения (2–3 курсы).
2. Разложение в асимптотические ряды решений трансцендентных уравнений, зависящих от малого параметра.
3. Метод Лапласа в двумерном случае (3 курс).
4. Метод перевала на примере нахождения асимптотических разложений конкретных интегралов, зависящих от большого параметра (3 курс).
5. Нахождение асимптотических разложений решений начальных и краевых задач для ОДУ, зависящих от малого параметра (3-4 курс).
6. Построение асимптотических разложений решений конкретных задач теории оптимального управления, зависящих от малого параметра. (4 курс).

д. ф.-м. н. **И. В. Мельникова**

2 *курс*

1. Решение некоторых стохастических задач, возникающих в физике, экологии и финансовой математике (2–3 работы).
   Стохастические задачи – это задачи, которые ставятся и решаются с учетом различных случайных возмущений, а именно случайные возмущения необходимо учитывать во многих современных прикладных задачах. В процессе работы предполагается знакомство с основами стохастического анализа, составляющего важную часть финансовой математики. Будет дана литература, в основном, на английском языке.
2. Обобщенные функции. Что это такое? Знакомство с основными понятиями (2–3 работы).
   Оказывается обобщенных функций гораздо больше, чем, скажем, непрерывных, но их можно дифференцировать! Применение обобщенных функций к нахождению обобщенных решений дифференциальных уравнений, возникающих в приложениях - в прикладных задачах, как правило, можно найти лишь обобщенное решение.

3–4 *курс:*

1. Примеры полугрупп операторов с различными свойствами непрерывности.
   Литература: 1. с/к по теории полугрупп 2. Като Т. Теория возмущений линейных операторов. М.: ИЛ, 1976. 3. Балакришнан А.В. Прикладной функциональный анализ. Москва: Наука, 1980.
2. Непрерывные и аналитические полугруппы. Применение к решению задач со случайными возмущениями.
3. Вычисление стоимости ценных бумаг на финансовом рынке.
   Литература: 1. Stochastic calculus for finance I. The binomial asset pricing model. Springer Finance, 2004. 2. Stochastic calculus for finance II. Continuous time models. Springer Finance, 2004.
4. Как задавать и решать дифференциальные уравнения, в которых «негладкая неоднородность» играет роль случайной помехи.
5. Реферативная работа – решение задач об оптимальном останове.
   Примеры таких задач:
   a) когда самое подходящее время продавать акции (валюту, недвижимость);
   b) выбор оптимального поведения на интервью, викторине;
   c) проблема выбора невесты (жениха).
   Литература: Оксендал Б. Стохастические дифференциальные уравнения. М.: Мир, 2004.

Выпускные, дипломные работы, магистерские диссертации

1. Модели финансового рынка, связанные с вычислением стоимости ценных бумаг (basic assert and derivatives).
   Литература: 1. Stochastic calculus for finance I. The binomial asset pricing model. Springer Finance, 2004. 2. Stochastic calculus for finance II. Continuous time models. Springer Finance, 2004.

2. Решение дифференциальных задач со случайными погрешностями: построение «классических», обобщенных и приближенных решений.

   Литература Melnikova I.V., Filinkov A.I. The Cauchy problem. Three approaches Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics, **120**, London, New York, Washington: **CRC**, 2001.
3. Построение регуляризующих алгоритмов некорректных краевых задач методами теории полугрупп, методами интегральных преобразований и методами теории некорректных задач.

   Литература: Иванов В.К., Мельникова И.В., Филинков А.И. Дифференциально-операторные уравнения и некорректные задач. М.: Наука, 1995.
4. Постановка и реализация численных экспериментов для задач по предложенным выше темам.

д. ф.-м. н. **А. В. Осипов**

1. Исследование топологий, обладающих регулярной (вполне регулярной) аксиомой отделимости (2, 3 курс МТ).
2. Исследование свойств пространства непрерывных функций в множественно-открытой топологии (3 курс МТ).
3. Топологические свойства метрических пространств (2 курс МТ).

к. ф.-м. н. **Р. Р. Акопян**

1. Локализация нулей производной многочлена и гипотеза Бл.Х. Сендова (работа реферативного характера с возможным исследовательским продолжением).

   Исследовательские работы (необходимы знания стандартных курсов математического анализа и ТФКП):
2. Наилучшее приближение производных аналитических в полуплоскости функций класса Харди целыми функциями экспоненциального типа.
3. Оптимальное восстановление аналитической в угле функции по ее значениям на луче, заданным с погрешностью.

к. ф.-м. н. **У. А. Алексеева**

1. Обобщенные функции (2 курс).

   Литература: Гельфанд И.М., Шилов Г.Е. Обобщенные функции. Т. 1, 2.
2. Исследование задачи Коши для систем дифференциальных уравнений в пространствах обобщенных функций (3 курс).

   Литература: Гельфанд И.М., Шилов Г.Е. Обобщенные функции. Т. 2, 3.

к. ф.-м. н. **П. Ю. Глазырина**

1. Почему интеграл от e^{-x^2} не берется? (2 курс).
2. Приближение потенциала Леннарда–Джонса для взаимодействия точки и цилиндрической трубки (3–6 курсы).
3. Приближенное вычисление эллиптических интегралов (3–6 курсы).
4. Неравенства для дробных производных тригонометрических полиномов. Точные неравенства для целых функций экспоненциального типа (3–6 курсы).
5. Теоремы о мультипликаторах для рядов Якоби (3–6 курсы).
6. Многомерные всплески (3–6 курсы).

к. ф.-м. н. **К. Н. Гурьянова**

1. История и методология математики: история формирования понятия «Число» – от Пифагора и Евдокса до Дедекинда; история формирования понятия «Интеграл» – от Евдокса и Архимеда до Ньютона и Лейбница; «Золотое сечение» (2–3 курсы). Интерактивные и мультимедийные фрагменты электронного учебника по истории математики, разработка тестовых материалов по истории и методологии математики (для студентов 3 курса, имеющих навыки работы в области программирования и компьютерных технологий).
2. Методические разработки по курсу «Математический анализ».
3. Научная тематика: функция Миттаг-Леффлера и изучение вопроса суммирования асимптотических степенных и интерполяционных рядов.

   Литература: 1. Харди Г. Расходящиеся ряды. М.: Изд-во иностр. литер, 1951.
   2. Федорюк М.В. Асимптотика. Интегралы и ряды. М.: Наука, 1987.
   3. Джрбашян М.М. Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области. Глава 3. М.: Наука, 1966.
   4. Гурьянова К.Н., Козманова А.А. Некоторые вопросы теории целых функций и их приложения к теории продолжения гармонических функций трёх переменных. // Математические записки. Уральский государственный университет. 1983. Т. 12, тетрадь 4.

к. ф.-м. н. **М. В. Дейкалова**

Курсовые для 2–3 курса и выпускные работы бакалавров

Несколько взаимосвязанных экстремальных задач для алгебраических многочленов на отрезке и многомерной евклидовой сфере: приближение конкретных функций алгебраическими многочленами; точные неравенства между различными нормами алгебраических многочленов и др.

Литература. 1. Дейкалова М. В. Функционал Тайкова в пространстве алгебраических многочленов на многомерной евклидовой сфере // Матем. заметки. 2008. Т. 84, вып. 4. С. 532–551.
2. Дейкалова М.В. Интегральное приближение характеристической функции сферической шапочки // Тр. Ин-та мат. мех. УрО РАН. 2010. Т. 16, № 4. С. 144–155.
3. Дейкалова М.В. Несколько экстремальных аппроксимационных задач для характеристической функции сферического слоя // Тр. Ин-та мат. мех. УрО РАН. 2011. Т. 17, № 3. С. 122–135.

Магистерская диссертация

Неравенство Маркова – Никольского для оператора Лапласа – Бельтрами во множестве алгебраических многочленов на евклидовой сфере

Литература. 1. Дейкалова М. В. О точном неравенстве Джексона – Никольского для алгебраических многочленов на многомерной евклидовой сфере // Тр. Ин-та мат. мех. УрО РАН. 2009. Т. 15, № 1. С. 122–134.
2. Арестов В.В., Дейкалова М. В. Неравенство Никольского для алгебраических многочленов на многомерной евклидовой сфере // Тр. Ин-та мат. мех. УрО РАН. 2013. Т. 19, № 2. С.34–47.
3. Стейн И., Вейс Г. Введение в гармонический анализ на евклидовых пространствах. М.: Мир, 1974.

к. ф.-м. н. **Ю. Д. Козлов**

1. Экстремум функции нескольких переменных а) задача Гюйгенса (МХ, МТ-2) б) условный экстремум (МТ-2).
2. Оптимизация процесса шлифования (МТ-2).
3. Несобственные интегралы. Интегрально-показательная функция (2 курс).
4. Применение рядов Фурье для исследования существования периодических решений дифференциальных. уравнений (2 курс).
5. Исследование спектра оператора монодромии дифференциального уравнения с условно-периодическим коэффициентом (3 курс).
5. Исследование почти периодических систем дифференциальных уравнений (3 курс).

к. ф.-м. н. **Л. Ф. Коркина**

1. Дробные степени замкнутых операторов (построение примеров) (2, 3 курс).

к. ф.-м. н. **А. А. Кошелев**

1. Построение экстремальной сплайн-функции методами многомерной численной оптимизации.
2. Моделирование процесса сокращения сердечной мышцы на кластере.
3. Разработка методов оптимизации и регуляризации в задачах геологоразведки.

к. ф.-м. н. **А. В. Макаров**

1. Кратные несобственные интегралы. Критерий интегрируемости для $f(x) \geqslant 0$ (2 курс).

   Литература: Зорич В. А. Математический анализ.
2. Эйлеровы интегралы. Доказательство основных формул (2 курс).

   Литература: Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления.
3. Перестановки порядка интегрирования в случае, когда оба интеграла несобственные (2 курс).
4. Теорема Котельникова о прохождении сигнала (ТФКП) (2 курс).
5. Обобщенные функции (2 курс).

   Литература: Шабунин М.И., Тер-Крикоров А.М. Курс математического анализа.
6. Преобразования Лапласа. Решение дифференциальных уравнений (3 курс).
7. Вычисление некоторых интегралов переходом в комплексную область (3курс).

к. ф.-м. н. **С. И. Новиков**

1. Интерполяция сеточных данных с минимальным значением нормы линейного дифференциального оператора с постоянными коэффициентами на интерполянтах для дифференцируемых периодических функций одной переменной. Работа теоретического характера, предполагает предварительное ознакомление с теорией L-сплайнов, определяемых линейными дифференциальными операторами с постоянными коэффициентами.
2. Исследование форм представления и нулей L-сплайнов Эйлера. Работа предполагает знание ТФКП (вычеты, разложение в ряды), а также начальных понятий теории сплайнов.
3. Изучение box-сплайнов. Box-сплайны представляют собой аналоги полиномиальных B-сплайнов для случая многих переменных. Работа реферативного характера.

к. ф.-м. н. **М. А. Патракеев**

1. Расщеплённое произведение топологических пространств.
2. Уплотнения подмножеств плоскости на компакты.
3. Топологические свойства евклидовых ежей.

к. ф.-м. н. **М. А. Рекант**

1. Свойства сумм функциональных рядов в линейных нормированных пространствах (2 курс).
2. Кратные несобственные интегралы (2 курс).
3. Бесконечные произведения (2 курс).
4. Построение контрпримеров (2 курс).
5. Дифференцируемость (по Фреше, Гато) отображений в линейных нормированных пространствах. Дифференцируемость сложного, обратного отображений (2 курс).
6. Распространение интегральных теоремы и формулы Коши на несобственные комплексные криволинейные интегралы (3 курс).
7. Операторные функции (4 курс).
6. Несобственные интегралы (методическая разработка) (4 курс).

к. ф.-м. н. **О. Ю. Хачай**

1. *Солитоны. Нелинейные уравнения математической физики.* (3-4 курсы)
   Знакомство с так называемыми эволюционными уравнениями математической физики и методами поиска их решений. Такие уравнения обладают элементарными решениями специального вида, имеющими характер локализованных возмущений, или импульсов, и сохраняющими свою форму даже после взаимодействия друг с другом, т. е. ведущими себя в каком-то смысле подобно частицам. Такие локализованные возмущения стали известны под названием солитонов. Хотя дифференциальные уравнения в частных производных, описывающие движения солитонов, нелинейны, они тесно связаны с задачами для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений типа Штурма-Лиувилля. Эту связь между солитонами и обыкновенными дифференциальными уравнениями можно лучше увидеть, если построить формулу, выражающую взаимодействие между двумя солитонами с помощью метода Баргмана. Несколько нестрого можно сказать, что аналитические выражения, описывающие многосолитонные решения, являются просто потенциалами Баргмана. Если рассмотреть это двухсолитонное решение, то становится очевидным сходство солитона с частицей. Курсовая работа будет заключаться в подробном изучении теоретического материала, и решении задач, позволяющих научиться поиску солитонных решений, различным преобразованиям дифференциальных уравнений и другим средствам аппарата современной математической физики.
2. *Знакомство с p-адическим анализом и математической физикой.* (2-3 курс)
   p-адическая математическая физика – это новый раздел современной математической физики, в которой вещественные пространственно-временные переменные (x, t) изменяются не в привычном пространстве $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$ а в особом пространстве, построенном на основе p-адических чисел. Это связано с тем, что в квантовой теории с учетом гравитации М.А. Марковым и др. было установлено, что для погрешности измерения длины Δx справедливо неравенство $\Delta x \geqslant l_{pl}$, где константа $l_{pl} \approx 10^{-33}$ см носит имя Планка. Таким образом, в рамках современной физической теории приходится согласиться с невозможностью измерений длин, меньших

l_{pl}. Такое свойство пространства вступает в противоречие с аксиомой Архимеда, справедливой в Евклидовом пространстве, постулирующей соизмеримость произвольных (а значит и меньших l_{pl}) вещественных (пространственных) чисел. Следовательно, на малых промежутках пространство и время должно описываться не полем вещественных чисел с его архимедовой структурой, а каким-либо другим новым, неархимедовым, полем. Это новое поле должно базироваться на поле рациональных чисел $\mathbb{Q}$, как на поле физически наблюдаемых величин. Для построения нового поля достаточно пополнить поле $\mathbb{Q}$ по некоторой новой, неархимедовой, норме. В силу теоремы Островского произвольная норма над полем $\mathbb{Q}$ эквивалентна либо евклидовой норме $|x|$, либо p-адической норме (где p -– некоторое простое число), которая является ультраметрической, неархимедовой нормой. Этим обусловлен переход от вещественных чисел именно к p-адическим $\mathbb{Q}_p$ – пополнению $\mathbb{Q}$ по p-адической норме.
Оказывается, что с помощью этих чисел удобно работать с иерархически устроенными объектами – обладающими структурой дерева. Само множество $\mathbb{Q}_p$ имеет структуру канторова множества, являющегося фракталом. Для функций, действующих из $(\mathbb{Q}_p)^3$ в $\mathbb{R}$ или в $\mathbb{C}$ развивается особый математический анализ, дифференциальное и интегральное исчисления, записываются дифференциальные и другие уравнения и находятся их решения. Этот математический аппарат имеет широкое применение в самых разных областях знания – от квантовой механики и квантовой теории поля и компьютерных наук до экономической аналитики и биологии.

к. ф.-м. н. **Н. К. Шамгунов**

1. Свойства поточечных пределов последовательности непрерывных функций (2 курс).
2. Числовые ряды (2 курс).

В. В. Бояршинов

1. Исследование несобственных интегралов (2, 3 курс МТ, КН).
2. Вычисление сумм рядов (2 курс МТ, КН).

А. Н. Борбунов

1. Реализация и оптимизация алгоритма фрактального сжатия изображений (3 курс КН, ФИИТ или выпускная бакалаврская работа).
2. Разработка, развитие и модернизация веб-ресурсов с использованием современных CMS (Content Management System - система управления контентом) (2, 3 курс КН, ФИИТ или выпускная бакалаврская работа).
3. Экстремальные задачи расположения точек на сфере (теория, связанная со сферической геометрией и вычислительные алгоритмы с использованием графов, линейного и полуопределенного программирования) (обзорная либо исследовательская работа для 2, 3 курса МТ, КН, ФИИТ).